

CENTRO UNIVERSITÁRIO DE FORMIGA – UNIFOR – MG

CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

FERNANDO VIANA DOS SANTOS

**A UTILIZAÇÃO DA PESQUISA OPERACIONAL COMO FERRAMENTA
PARA REDUÇÃO DE CUSTOS NA LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO:
PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS (PRVC)**

FORMIGA – MG

2014

FERNANDO VIANA DOS SANTOS

A UTILIZAÇÃO DA PESQUISA OPERACIONAL COMO FERRAMENTA PARA
REDUÇÃO DE CUSTOS NA LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO: PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS (PRVC)

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Curso de Engenharia de Produção do
UNIFOR-MG, como requisito parcial para
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Me. José Antonio Moreira
de Rezende

FORMIGA – MG

2014

Fernando Viana dos Santos

A UTILIZAÇÃO DA PESQUISA OPERACIONAL COMO FERRAMENTA PARA
REDUÇÃO DE CUSTOS NA LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO: PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS (PRVC)

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Curso de Engenharia de Produção do
UNIFOR, como requisito parcial para
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia de Produção.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. José Antônio Moreira de Rezende

Orientador

Prof. Me. Elifas Devi da Silva

Examinador

Formiga, 20 de Novembro de 2014

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, à Deus por estar presente e me guiar em situações difíceis, me iluminando e me dando forças para continuar.

Aos meus pais, Geraldo e Maria das Graças, grandes pessoas que tornaram possível a minha chegada até aqui, por tudo aquilo que sou, pelos valiosos ensinamentos que guardo e pratico com grande carinho e consideração. Ainda os agradeço pela paciência e motivação durante todo o período do curso.

Ao meu irmão Tiago por sempre estar presente e pela paciência.

À minha namorada, Aline, companheira nos momentos difíceis, pela paciência e compreensão, pelo incentivo e carinho.

Ao meu orientador, José Antônio, por ter acreditado neste trabalho, pelos ensinamentos e pela paciência.

Ao Prof. Me. Diego Mello da Silva pelo importante auxílio, no que tange ao uso da interface GUSEK.

Ao Centro Universitário de Formiga – UNIFOR-MG pela possibilidade de adquirir conhecimentos e evoluir enquanto cidadão, profissional e acadêmico.

A todos que confiaram em minha capacidade e mantiveram minha motivação durante o curso.

RESUMO

Esse trabalho aborda a otimização do roteamento de veículos como ferramenta para a redução dos custos de transportes na logística de distribuição, mais precisamente com a utilização do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC). O PRVC busca o atendimento à todas as demandas de clientes de forma que a capacidade dos veículos disponíveis não seja excedida e que o somatório das distâncias percorridas por todos os veículos seja o menor possível. Para a aplicação do modelo matemático e demonstração de resultados utilizou-se de dados presentes em instância disponível na literatura e da criação de um cenário hipotético baseado em municípios da região de Formiga-MG. Os dados destes dois cenários foram implementados em uma interface de resolução de problemas de Programação Linear denominada GUSEK. O trabalho contribui para a introdução ao estudo científico referente a roteirização de veículos, já que a partir de sua utilização há a redução de custos e menores tempos de resposta aos clientes. Os resultados obtidos comprovaram a potencialidade da roteirização de veículos. Ao término do trabalho pôde-se perceber a viabilidade da aplicação de métodos de roteirização, considerando a grande representatividade do modal rodoviário na matriz de transporte brasileira e os benefícios percebidos pela sua utilização.

Palavras-chave: Otimização Combinatória. Programação Linear Inteira. GUSEK.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Gráfico 1 – Distribuição modal da matriz brasileira de transportes regionais de cargas em 2011.	23
Gráfico 2 – Custos de transporte em relação ao PIB.	23
Figura 1 – Fases da Pesquisa Operacional.	26
Figura 2 – Exemplo de uma instância do PRVC.	38
Figura 3 – Representação de sub-circuitos.	40
Figura 4 – Apresentação do funcionamento de um software de roteirização.	44
Figura 5 – Representação gráfica da instância An32-k5.	47
Figura 6 – Mapa das cidades para o cenário hipotético.	48
Gráfico 3 – Relação entre o número de nós e o tempo de processamento.	51
Figura 7 – Disposição dos nós no plano para a Adaptação da instância An32-k5.	53
Figura 8 – Rotas sem a utilização do PRVC.	54
Figura 9 – Saída do GUSEK para custo total e obediência a restrição de um veículo a cada cliente.	55
Figura 10 – Saída do GUSEK para obediência a capacidade de carga do veículo.	55
Figura 11 – Saída do GUSEK para determinação de rotas.	56
Figura 12 – Rotas com utilização do PRVC.	57
Figura 13 – Rota 1 para o cenário hipotético.	58
Figura 14 – Rota 2 para o cenário hipotético.	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos principais problemas de roteirização de veículos.	34
Tabela 2 – Parâmetros adicionais de classificação dos principais problemas de roteirização de veículos.	35
Tabela 3 – Características da Instância An32-k5.	45
Tabela 4 – Características do cenário hipotético.	49
Tabela 5 – Matriz de distâncias para o cenário hipotético em quilômetros.	49
Tabela 6 – Características da adaptação da instância An32-k5.	52
Tabela 7 – Matriz de distâncias em quilômetros para os nós da adaptação da instância An32-k5.	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMPL	<i>An Mathematical Programming Language</i>
CNT	Confederação Nacional de Transportes
EUA	Estados Unidos da América
GLPK	<i>GNU Linear Programming Kit</i>
GMPL	<i>GNU Mathematical Programming Kit</i>
GNU	<i>GNU's not UNIX</i>
GUSEK	<i>GLPK Under Scite Extended Kit</i>
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PIB	Produto Interno Bruto
PLI	Programação Linear Inteira
PNLT	Plano Nacional para Logística de Transportes
PO	Pesquisa Operacional
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVC	Problema de Roteamento de Veículos Capacitados
RAM	<i>Random Access Memory</i>
SCM	<i>Supply Chain Management</i>
TKU	Toneladas-quilômetros-úteis
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

\in	Pertinência
$=$	Igualdade
\neq	Diferença
\rightarrow	Para
Σ	Somatório
\leq	Menor ou igual
c_{ij}	Custo de se deslocar do cliente i para o cliente j
d_i	Demanda do cliente i
i	Cliente i
j	Cliente j
K	Quantidade de veículos
k	Veículo
n	Quantidade de clientes
Q	Capacidade de carga do veículo k
S	Subconjunto de $V \setminus \{0\}$
$V \setminus \{0\}$	Quaisquer vértices diferentes de 0
x_{ijk}	Variável binária (deslocamento do cliente i para o cliente j pelo veículo k)
x_{jik}	Variável binária (deslocamento do cliente j para o cliente i pelo veículo k)
y_{0k}	Variável inteira (visitação do depósito pelo veículo k)
y_{ik}	Variável binária (visitação do cliente i pelo veículo k)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 Problema	12
1.2 Justificativa	13
1.3 Hipótese	13
2. OBJETIVOS	14
2.1 Objetivo Geral	14
2.2 Objetivos específicos.....	14
3 REFERENCIAL TEÓRICO	15
3.1 Logística.....	15
3.2 A importância da gestão logística na cadeia de suprimentos	16
3.3 Relevância do transporte para a cadeia de suprimentos	19
3.4 Principais custos do transporte rodoviário	20
3.5 Matriz de transporte no Brasil.....	21
3.6 Pesquisa Operacional	23
3.6.1 Modelagem	26
3.7 O Problema de Roteamento de Veículos (PRV)	28
3.7.1 Variantes do Problema de Roteamento de Veículos (PRV).....	33
3.8 Definição de termos utilizados em PRVC	36
3.9 O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC)	37
3.9.1 Métodos de resolução: exatos e heurísticos	40
3.9.2 Softwares utilizados na roteirização de veículos	43
4 MATERIAL E MÉTODOS	45

4.1 Coleta de Dados	45
4.2 Implementação do modelo de PRVC	49
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
6 CONCLUSÃO.....	61
REFERÊNCIAS	62
ANEXO A – Apresentação arquivo .mod utilizado para a resolução do PRVC proposto.....	68
ANEXO B – Apresentação arquivo .dat utilizado para a resolução do PRVC proposto.....	70
ANEXO C – Apresentação arquivo .out utilizado para a resolução do PRVC proposto.....	77
ANEXO D – Arquivo .dat para o cenário hipotético	110
ANEXO E – Arquivo .out para o cenário hipotético.....	114

1. INTRODUÇÃO

No Brasil o modal com maior utilização é o rodoviário, que embora venha atendendo razoavelmente bem as necessidades do país, pois permite entregas de porta a porta (*door to door*) e possuir boa flexibilidade para ajustar-se a variações na demanda. No entanto, ele pode se tornar oneroso quando considerados quesitos como a sua produtividade, a sua eficiência energética e a poluição ambiental causada, agravados pela situação da atual estrutura ser precária devido à falta de investimentos governamentais, além da sobrecarga provocada pelo aumento da demanda por serviços logísticos.

Esse aumento da demanda, causado principalmente pelo crescimento populacional e pela melhoria da situação socioeconômica da maioria da população brasileira nos últimos anos, aliado a aplicação cada vez mais crescente de ferramentas de gestão como o *Just in Time*, *Supply Chain Management (SCM)*, *Produção Enxuta* entre outras. Essa realidade leva as empresas a buscarem novas ferramentas para melhor gerirem as suas operações e consequentemente se manterem no mercado, bem como conquistar novas fatias do mesmo, pois atualmente se identifica acirrada concorrência no mercado e possuir uma boa velocidade de entrega, e ter custos compatíveis a formação de um preço que seja atrativo, pode ser vantajoso na obtenção de diferencial competitivo.

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) apresenta-se como uma ferramenta da Pesquisa Operacional na minimização dos custos logísticos a partir da criação de um modelo matemático que otimizem rotas para atenderem uma série de clientes, permitindo o planejamento e programação de um conjunto de entregas. Essas rotas são percorridas por veículos que saem do depósito visitando determinada quantidade de clientes, obedecendo a certas restrições como capacidade do veículo, quilometragem, saída e retorno dos veículos ao depósito, entre outras.

1.1 Problema

Devido à ocupação geográfica dispersa, às variações de demanda e ao distanciamento entre a produção e o consumo de um bem, na maioria das vezes torna-se complexa a atividade de planejar e programar entregas. Dentre os maiores desafios estão

a diminuição da quilometragem rodada, que conseqüentemente proporciona menor consumo de combustível e desgaste dos veículos, além de aumentar a disponibilidade da frota existente para o atendimento de um número maior de clientes. Vale frisar que os veículos possuem capacidades limitadas de carga que devem ser observadas e respeitadas.

1.2 Justificativa

O presente trabalho justifica-se pela importância econômica da minimização de custos no transporte de cargas, tendo em vista que este é um elemento importante na composição dos custos logísticos. Empresas que possuem atividades logísticas mais eficientes, do ponto de vista econômico, possuem melhor competitividade e maior chance de se manter no mercado. O transporte rodoviário é o modal mais utilizado no Brasil sendo portanto relevante para o desenvolvimento econômico do país.

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) permite que se encontre a melhor alocação da frota, de maneira que a demanda de todos os clientes seja atendida sem a demanda do veículo não ser excedida. A otimização de rotas permite que se diminua o tempo de resposta aos clientes (*lead time*), com menores distâncias percorridas, respeitando a capacidade máxima de carga dos veículos, podendo aumentar a sua vida útil.

1.3 Hipótese

Pretende-se aplicar e avaliar a abordagem do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC), verificando possíveis reduções nos custos da logística de distribuição, comparado a um cenário proposto uma atribuição de rotas sem aplicação desta técnica. A utilização do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) será capaz de reduzir custos da logística de distribuição através da melhor alocação da frota e redução da quilometragem percorrida para o atendimento de todos os clientes?

2. OBJETIVOS

Com a finalidade de responder ao problema de pesquisa proposto, foram estabelecidos os seguintes objetivos.

2.1 Objetivo Geral

Identificar os parâmetros necessários para a utilização do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) na redução de custos logísticos na distribuição de produtos.

2.2 Objetivos específicos

- Contextualizar o problema proposto no cenário logístico brasileiro;
- Levantar os parâmetros necessários para o modelo matemático do problema proposto;
- Modelar o problema de acordo com os parâmetros levantados;
- Identificar vantagens e desvantagens do método proposto;
- Avaliar os resultados obtidos com a utilização do método.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo têm o intuito de ambientar os leitores do trabalho no assunto abordado. Em primeiro momento, é apresentado o contexto em que o transporte está inserido dentro da cadeia de suprimentos, em seguida, apresenta-se a representatividade do modal rodoviário na matriz de transporte brasileira. Na sequência, são apresentados os conceitos de Pesquisa Operacional e roteamento de veículos. E por último, *softwares* para o roteamento de veículos.

3.1 Logística

Para que haja a obtenção de retorno financeiro em qualquer segmento de mercado que trabalhe com qualquer tipo de produto, atividades como compra, movimentação, transporte, carregamento e descarregamento são necessárias. Além da armazenagem tanto de matérias primas, como também produtos semiacabados e acabados. Todas essas atividades estão inseridas em um único conceito, o de Logística. Palavra que vem do grego (*logos*) e significa racionalidade, razão.

De acordo com Slack et al., (1997) a logística originou-se na Segunda Guerra Mundial e estava ligada à movimentação de tropas, armamentos e munições. Contudo, quando o conceito migrou para o mundo dos negócios ele referiu-se à movimentação e coordenação de produtos finais das organizações fabris até os clientes. Essa percepção da viabilidade da aplicação da logística em organizações civis se deu pela necessidade de suprir a reconstrução das cidades e dos países que foram atingidos pela guerra.

Dentre as diversas áreas de gestão das organizações, a logística vem crescendo em destaque, tanto no meio acadêmico quanto no empresarial, em vista da sua importância estratégica e do impacto financeiro positivo trazido pela melhoria dos processos. (BITTENCOURT *et al*, 2012, p. 2115)

Conforme apresentado por Dias (2012,), o *Council of Supply Chain Management Professionals*, instituição onde se reúnem profissionais de todo o mundo que atuam na logística e na cadeia de suprimentos (*Supply Chain*), define a logística da seguinte forma:

“A logística planeja, executa, coordena e controla a movimentação e o armazenamento eficiente e econômico de matérias-primas, materiais

semiacabados e produtos acabados, desde sua origem até o local de consumo, com o propósito de atender as exigências do cliente final.”

Por um lado o distanciamento espacial entre a indústria e o consumidor, e por outro, o afastamento entre a fábrica e a origem de matérias-primas são elementos básicos do processo produtivo. Slack *et al.* (1997, p. 411) aponta a Logística como “uma extensão da gestão da distribuição física e normalmente refere-se à gestão do fluxo de materiais e informações a partir de uma empresa, até os clientes finais, através de um canal de distribuição.”

De certa maneira a logística busca a integração de todos os setores da organização como os setores de vendas, de produção, de marketing, de finanças entre outros, bem como entre as organizações. Essa integração permite que as atividades sejam otimizadas como um todo e guia as organizações para a competitividade. Na visão de Padula (2008, p. 30), “Logística é o conjunto integrado das operações de planejamento, transporte, armazenagem, controle de estoques, distribuição e tecnologia da informação, que unem os centros produtores aos centros distribuidores.”

Os esforços de todos os atores da logística estão voltados para o atendimento de uma necessidade do cliente, que deseja uma prestação de um serviço ou a entrega de um produto seja de forma rápida e com o menor custo possível. Entende-se então que há uma interligação entre todos eles a qual é chamada de cadeia de suprimentos, que será abordada a seguir.

3.2 A importância da gestão logística na cadeia de suprimentos

Os mercados atualmente estão cada vez mais dinâmicos e globalizados, com clientes mais exigentes. No intuito de satisfazê-los a variedade de produtos aumentou, com várias linhas e modelos, e com menores ciclos de vida. Dessa forma, responder mais eficazmente as exigências do mercado passou a ser a justificativa para se possuir uma coordenação da gestão de materiais, da produção e da distribuição.

A cadeia de suprimentos se inicia com o cliente e tem como principal objetivo a sua satisfação.

Uma cadeia de suprimentos engloba todos os estágios envolvidos, direta ou indiretamente, no atendimento de um pedido de um cliente. A cadeia de

suprimento não inclui apenas fabricantes e fornecedores, mas também transportadoras, depósitos, varejistas e os próprios clientes. Dentro de cada organização, como por exemplo, de uma fábrica, a cadeia de suprimento inclui todas as funções envolvidas no pedido do cliente, como desenvolvimento de novos produtos, marketing, operações, distribuição, finanças e o serviço de atendimento ao cliente, entre outras. (CHOPRA; MEINDL, 2003, p. 3)

A função da logística, dentro desse contexto, é gerir o fluxo de materiais e informações dentro da cadeia de suprimentos. A logística cria, conforme Dornier et al. (2007), uma integração geográfica que propicia uma fonte potencial de clientes, conhecimento, tecnologia, matérias-primas e assim por diante. Ballou (2006) enfatiza que a logística trata da criação de valor que é manifestado primeiramente em termos de custo e lugar, já que produtos e serviços não têm valor a menos que estejam disponíveis para os clientes quando e onde eles pretendem consumi-los. Donier *et al.* (2007), dizem que o estudo da função logística reforça o grande valor que a cooperação entre os vários departamentos de uma organização e a cooperação entre as organizações, já que a sua tarefa essencial é prestar serviço em relação a determinado produto.

Toda cadeia de suprimentos é formada por diversos indivíduos onde cada qual busca lucratividade e rentabilidade necessária para a sua manutenção no mercado e conquista de novas fatias do mesmo. Não se esquecendo do cliente que espera o menor custo possível para o produto ou serviço pretendido. Então a função de todos da cadeia é, conforme Slack (1997), equilibrar o fornecimento com a demanda e garantir clientes satisfeitos. Donier *et al.* (2007), relatam também que a logística tem como premissa básica a otimização, minimizando o custo perante um nível de serviço predeterminado ou maximizando o serviço diante de uma restrição de orçamento.

A partir da integração, entre os setores das organizações e entre as organizações, propiciada pela difusão da aplicação do conceito de Logística, passou-se a adotar o termo Logística Integrada. Figueiredo e Arkader (2014) explicam a partir da evolução da Logística Integrada, que considera que todas as atividades de movimentação e armazenagem no fluxo de produtos desde onde foram adquiridos até onde o consumidor final se encontra, bem como o fluxo de informações, são considerados elementos componentes de um sistema, surgiu o Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos, ou conforme utilizado na língua inglesa, *Supply Chain Management*.

Na gestão da cadeia de suprimentos o foco é a integração de cada componente, com maximização da eficiência determinando maior satisfação do cliente e consequentemente o aumento do *market share*. (OLIVEIRA; LONGO, 2008). O *market*

share é a fatia do mercado que uma determinada empresa é capaz de atender com seus produtos e serviços.

De acordo com (GAIVÉO, 2013, p. 1): “O aumento da concorrência entre organizações, em parte explicado pela crescente globalização dos mercados, direciona as empresas a focar a sua estratégia em atividades geradoras de valor ao cliente. Dessa forma, “o conceito de *Supply Chain Management* tem despertado notável interesse entre os membros do mundo acadêmico e empresarial, representando importante evolução do que tradicionalmente vinha se conhecendo como Logística.” (FIGUEIREDO; ARKADER, 2014, p. 1).

A concorrência incita as companhias a modificar suas cadeias logísticas de suprimentos de forma contínua. Isso é particularmente verdade quando a diferenciação do produto por meio do preço, tecnologia, ou inovação é difícil. A gestão de logística e operações pode ser o meio de diferenciação para uma empresa em particular. (DORNIER, 2007, p. 43)

O *Supply Chain Management* (SCM), ou Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos, associado ao método de gestão foi adotado no sentido de aumentar a competitividade das empresas. Guimarães (2011) afirma que o SCM é um dos mais importantes diferenciais competitivos, pois abrange o planejamento e controle de fornecimento, suprimentos e compras, bem como o gerenciamento do fluxo de produtos, serviços e informações.

Competitividade pode ser compreendida como a característica ou a capacidade de uma organização em lograr cumprir sua missão, com mais êxito do que outras, em determinado ambiente empresarial. Ser competitivo significa apresentar-se ao mercado melhor que a concorrência em algum aspecto ou área. (GAIVÉO, 2013, p. 1)

Em relação à satisfação dos clientes, (DORNIER, 2007), relata que a velocidade da entrega, isto é a capacidade de se produzir e entregar o produto rapidamente, relevante na competição em relação ao tempo, e a confiabilidade da entrega perante intervalos de tempo especificados podem ser uma forma de conquistar diferencial para o produto.

No que se refere à eficiência do processo, Figueiredo e Arkader (2014), dizem que quando o gerenciamento da cadeia de suprimentos é realizado como um todo é possível aumentar a produtividade, assim contribuindo para a redução de custos, além de criar maneiras de agregar valor ao produto. Entre essas maneiras, destacam-se a redução dos estoques, compras mais vantajosas, racionalização de transportes e a eliminação de

desperdícios. A criação de valor está relacionada a prazos de entrega confiáveis, atendimento de emergências, facilidade de colocação de pedidos, serviços pós-venda entre outros.

O transporte detém boa parte da responsabilidade pela eficiência de uma cadeia de suprimentos. Visualizando a cadeia antes da empresa, o transporte é responsável pela oferta de matéria prima em conformidade com prazos, qualidade e volume necessário. Da empresa para adiante, está nas mãos do transporte a disponibilização de produtos aos consumidores onde quer que estes estejam. Ao se aperfeiçoar o transporte toda a cadeia de suprimentos é otimizada, gerando lucros e tornando viável a participação da organização em novos mercados. O tópico a seguir aborda a relevância do transporte na cadeia de suprimentos.

3.3 Relevância do transporte para a cadeia de suprimentos

O transporte é crucial para a distribuição de produtos e no provisionamento de recursos produtivos para as organizações, por isso o transporte é tão importante na cadeia de suprimentos. O aumento na eficiência do transporte proporciona menor tempo em trânsito das mercadorias, sendo possível melhorar a prestação de serviço aos clientes. Novaes (2007, p. 32) confirma essa ideia dizendo que, “uma indústria precisa transportar seus produtos da fábrica para os depósitos ou para as lojas de seus clientes; precisa também providenciar e armazenar matéria- prima em quantidade suficiente para garantir os níveis de fabricação planejados.” Ainda argumenta Takahashi (2008, p. 2), “o transporte tem função básica de proporcionar aumento da disponibilidade de bens e permitir o acesso a produtos que de outra maneira não estariam disponíveis para uma sociedade ou estariam disponíveis a um elevado preço.”

O transporte não se limita apenas ao traslado de mercadorias, deve ser considerado em sua execução de forma otimizada, em que os fatores tempo, custo e eficiência são indispensáveis. Falar em transportes implica fazer uma reflexão sobre todos os aspectos da operação de movimentação na distribuição física. (BASTOS, 2003, p. 19).

Para Padula (2008) o transporte torna possível a abertura das empresas a novos mercados e a obtenção de maior escala de produção, o que resulta em custos menores

devido a economias de escala e ganhos de produtividade. Ele também se refere ao transporte como precursor do desenvolvimento econômico das regiões, como fator para diminuir custos e favorecimento da competitividade, além de aumentar a eficiência global da economia e promover oportunidades de ampliação e florescimento de novos empreendimentos.

O transporte mobiliza o produto entre diferentes estágios da cadeia de suprimentos. Assim como outros fatores-chave da cadeia de suprimento, o transporte exerce grande influência tanto na responsividade, quanto na eficiência. Um transporte mais rápido, utilizando diferentes quantidades a serem transportadas, contribui para a cadeia de suprimento seja mais responsiva, mas acaba reduzindo sua eficiência. (CHOPRA; MEINDL, 2003, p. 55)

Dessa forma o transporte tem papel fundamental na estratégia competitiva adotada pela empresa que avalia a necessidades dos seus clientes. Se o cliente deseja resposta rápida o transporte é importante. No entanto, caso os clientes optem como critério de compra o preço, o transporte pode ser usado para minimizar os custos, porém a responsividade diminuirá.

Em síntese, os transportes reduzem os custos de produção e circulação, dinamizando a economia; ampliam as possibilidades de abastecimento interno, aumentando o consumo de produtos e serviços. (PADULA, 2008, p. 16).

3.4 Principais custos do transporte rodoviário

Quando se fala da importância que o transporte tem na formação do preço do produto fica difícil imaginar que seja tamanha a influência. Entretanto, “o transporte representa normalmente entre um e dois terços dos custos logísticos totais; por isso mesmo, aumentar a eficiência por meio da máxima utilização dos equipamentos e pessoal de transporte é uma das maiores preocupações do setor.” (BALLOU, 2006, p. 191).

De acordo com Dias (2012) quando se analisa a participação que cada modal de transporte possui na matriz de carga do Brasil é possível perceber praticamente um monopólio do transporte rodoviário. Nesse modal de transporte existem vários custos que devem ser considerados na gestão da distribuição de produtos, esses podem ser

classificados conforme Ballou (2006) em: custos variáveis (variam de acordo com serviços ou volume) e custos fixos (invariáveis).

Custos fixos são os de aquisição e manutenção de direito de tráfego, instalações de terminais, equipamentos de transporte e administrativos. Os custos variáveis incluem normalmente os gastos com combustível e salários, equipamentos de manutenção, manuseio e coleta e entrega. (BALLOU, 2006, p. 164)

Klann (2010), em relação ao transporte rodoviário de cargas, exemplifica alguns fatores que determinam variações nos custos ou em sua composição, são eles:

- Quilometragem percorrida - quanto maior, menor o custo final por quilometro, pois o custo fixo é dividido pela quilometragem;
- Tipo de trafego - em áreas urbanas o veículo consome mais combustível;
- Tipo de via - as condições da rodovia influenciam os custos;
- Região - dependendo do local onde a transportadora está instalada, pode haver variação no valor dos salários, combustíveis, impostos, entre outros;
- Porte do veículo - quanto maior a capacidade de carga do veículo, menor o custo da tonelada por quilometro;
- Desequilíbrio nos fluxos - quando não há carga de retorno, ocorre um aumento no custo do transporte.

O aumento da eficiência do transporte rodoviário a partir da descoberta de melhores rotas para os veículos no intuito de minimizar as distâncias e os tempos podem reduzir os custos do transporte e causar melhorias na prestação de serviço aos clientes. Conforme Masiero (2008), o custo logístico está se tornando cada vez mais um diferencial competitivo tanto para empresas que prestam serviços de transporte como também para as empresas que se utilizam desses serviços a fim de que possam se sustentar no mercado.

3.5 Matriz de transporte no Brasil

O ato de movimentar produtos é uma necessidade básica para a subsistência humana que tem acompanhado permanentemente a sociedade. Uma vez que, na maioria dos casos, os locais de produção se encontram afastados dos locais de consumo, foi

preciso desenvolver meios para vencer tais barreiras de ordem espacial. (ARAÚJO, 2010). No Brasil, há a predominância da utilização do modal rodoviário para transposição dessas barreiras, é o que afirmam Padula (2008, p. 30), Guimarães (2011, p. 1) e Takahashi (2008, p. 3). No entanto, Takahashi (2008) acredita que o Brasil ainda apresenta uma excessiva centralização na rodovia para o transporte de carga.

O transporte rodoviário é utilizado nas estradas, rodovias, ruas e outras vias pavimentadas, ou não, com a intenção de movimentar materiais, pessoas ou animais de um determinado ponto a outro. Representa a maior parte do transporte terrestre e torna-se uma vantagem seu alcance em quase todo o território nacional. (AZEVEDO; SILVA; SOUZA, 2009, p. 6)

Após a crise de 1929 e com o advento da Segunda Guerra Mundial, houve uma crescente industrialização no Brasil, em paralelo ao fortalecimento do mercado interno, o que acarretou a necessidade de construção de estradas para atender a distribuição dos produtos fabricados na Região Sudeste, principalmente em São Paulo, polo dominante do mercado interno do país. (BRASIL, 2012).

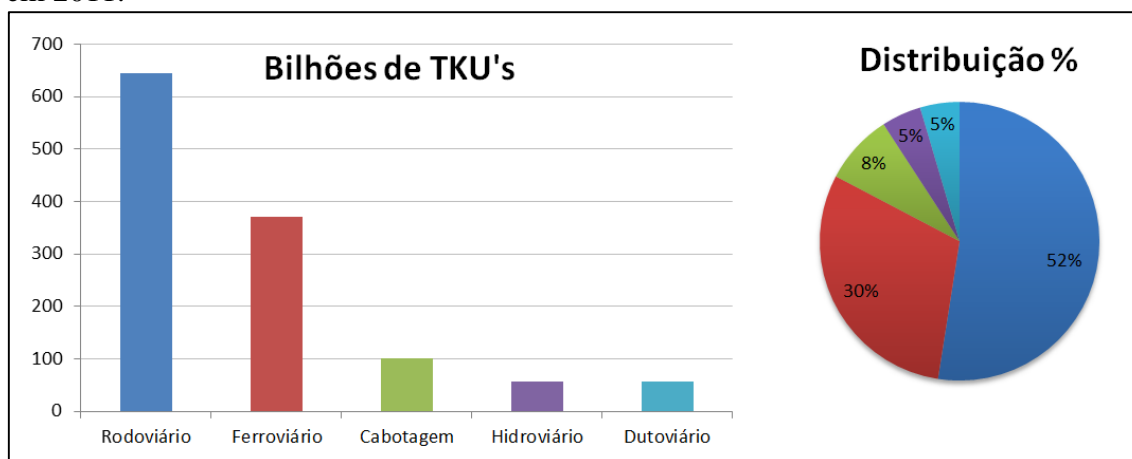
Mas foi a partir da segunda metade da década de 1950, com a expansão da indústria automobilística, que o transporte rodoviário realmente se consolidou no Brasil. Entre 1940 e 1970, a rede rodoviária foi expandida de 185 mil quilômetros para cerca de 1,5 milhão de quilômetros, aí incluídas as vias pavimentadas e as não pavimentadas. Por sua vez, nesse mesmo período, a rede ferroviária foi reduzida de 38 mil para cerca de 30 mil quilômetros, sendo que menos de 10% dessa rede estavam eletrificados. (BRASIL, 2012). Araújo (2010) afirma que devido a sua flexibilidade e disponibilidade, o transporte rodoviário passou a desempenhar um papel fundamental na movimentação de produtos, seja no âmbito organizacional como também individual.

O GRAF. 1 ilustra a distribuição modal de transportes no Brasil no ano de 2011, conforme informações do Ministério dos Transportes, onde a participação estimada de cada modal está em função da quantidade de tonelada-quilômetros-úteis (TKU). Conforme explica Takahashi (2008), TKU representa o percurso que efetivamente se circulou com carga.

Conforme documento da CNT (Confederação Nacional de Transportes) de 2012 o nível de investimentos, em infraestrutura de transportes como um todo, é baixo. Essa realidade afeta diretamente o valor dos fretes, além da má qualidade e falta de estrutura adequada faz com que os custos se elevem. O GRAF. 2 a seguir mostra a

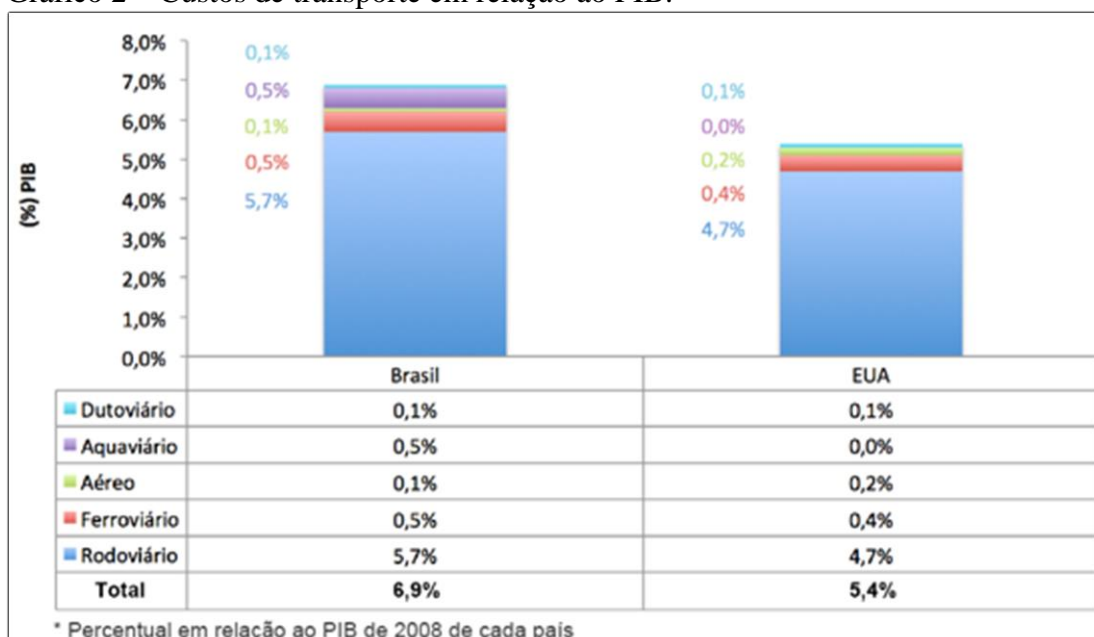
representatividade dos custos de transportes em relação ao PIB no Brasil comparado aos EUA no ano de 2008.

Gráfico 1 – Distribuição modal da matriz brasileira de transportes regionais de cargas em 2011.



Fonte: Ministério dos Transportes (PNLT, 2012)

Gráfico 2 – Custos de transporte em relação ao PIB.



Fonte: Instituto Illos (2010) in CNT (2012).

3.6 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (P.O.) é uma poderosa ferramenta na resolução e otimização de variados problemas de diversos campos da sociedade moderna, entre eles

estão a Economia, a produção, o marketing, a contabilidade, a logística entre outros. Suas primeiras atividades formais, conforme Taha (2008) se deram na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial. Nessa ocasião, a equipe de cientistas decidiu tomar decisões relacionadas a melhor utilização do material de guerra baseadas em aparato científico e, posteriormente, as ideias propostas para operações militares foram adaptadas para a melhoria da produtividade e eficiência na sociedade civil.

A influência da Segunda Guerra Mundial foi decisiva para o ressurgimento da PO, e os desenvolvimentos que se seguiram nas décadas que sucederam o grande conflito são devidos especialmente à difusão do computador nas universidades e empresas. Havia demandas da parte da indústria e dos governos (transportar, planejar e interceptar, etc.), novos conhecimentos em Matemática, Engenharia, Estatística, Economia e Computação eram publicados, e financiamentos de pesquisa nesta área de conhecimento surgiram. (ALVES; MENEZES, ZIMMERMANN, 2006, p. 3)

Embora tenha sido crucial o que afirma o autor supracitado em relação ao desenvolvimento de áreas da Matemática e que ela seja fundamental na P.O., na percepção de Taha (2008, p. 3):

[...] abordagens mais simples devem ser exploradas em primeiro lugar. Em alguns casos, pode-se chegar a uma solução ‘de bom senso’ por meio de simples observações. De fato, visto que o elemento humano invariavelmente afeta a maioria das tomadas de decisão, um estudo do perfil psicológico das pessoas pode ser a chave para a resolução do problema.

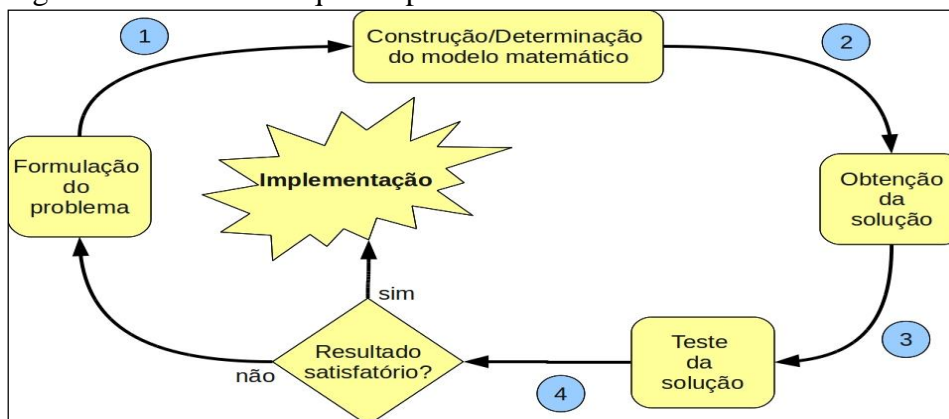
Os problemas de PO são caracterizados pela presença de um conjunto de restrições que devem ser atendidas em relação a uma função objetivo que pode ser de maximização ou de minimização. Portanto para a efetividade e precisão dos resultados obtidos algumas fases da PO devem ser observadas para a sua implementação na prática, Taha (2008, p. 4) descreve estas fases:

- Definição do problema: envolve definir o escopo do problema sob investigação. Essa função deve ser executada por toda a equipe de PO. A meta é identificar os três elementos básicos de um problema de decisão: (1) descrição das alternativas de decisão, (2) determinação do objetivo de estudo e (3) especificação das limitações sob as quais o sistema modelado funciona.
- Construção do modelo: implica uma tentativa de traduzir a definição do problema em relações matemáticas. Se o modelo resultante se ajustar a um dos métodos matemáticos padrão, tal como programação linear, podemos, geralmente, chegar

a uma solução utilizando algoritmos disponíveis. Alternativamente, se as relações matemáticas forem muito complexas para permitir a determinação de uma solução analítica, a equipe de PO optar por simplificar o modelo e usar uma abordagem heurística, ou pode considerar a utilização de simulação, se adequado. Em alguns casos, modelos matemáticos, de simulação e heurísticos podem ser combinados para resolver o problema decisão.

- Solução do modelo: é de longe a fase mais simples de todas as fases da PO porque se baseia na utilização de algoritmos de otimização bem definidos. Um aspecto importante da fase de solução do modelo é a análise de sensibilidade, que trata de obter informações adicionais sobre o comportamento da solução ótima quando o modelo passa por algumas mudanças de parâmetros. A análise de sensibilidade é particularmente necessária quando os parâmetros do modelo não podem ser estimados com precisão. Nesses casos, é importante estudar o comportamento da solução ótima na vizinhança dos parâmetros estimados.
- Validação do modelo: verifica se o modelo proposto faz ou não o que diz fazer – isto é, ele prevê adequadamente o comportamento do sistema em estudo? Inicialmente, a equipe de PO deve estar certa de que o resultado do modelo não inclua ‘surpresas’. Em outras palavras a solução faz sentido? Os resultados são intuitivamente aceitáveis? Do lado formal, um método comum para verificar a validade do modelo é comparar seus resultados com dados históricos. O modelo é validado se, sob condições similares de entradas, reproduz razoavelmente o desempenho anterior. Todavia, de modo geral, não há nenhuma garantia de que o desempenho futuro continuará a reproduzir o comportamento passado. Além disso, como o modelo costuma ser baseado no exame cuidadoso de dados passados, a comparação proposta costuma ser favorável. Se o modelo proposto representar um novo sistema (não existente), não haverá dados históricos disponíveis. Nesses casos, podemos usar a simulação como ferramenta independente para verificar os resultados do modelo matemático.
- Implementação da solução: de um modelo validado envolve a tradução dos resultados em instruções operacionais inteligíveis que serão emitidas para as pessoas que administrarão o sistema recomendado. A carga dessa tarefa cabe primeiramente a equipe de PO.

Figura 1 – Fases da Pesquisa Operacional.



Fonte: Adaptado de Moreira (2007).

3.6.1 Modelagem

Entre todas as fases da Pesquisa Operacional a fase da modelagem é a que merece maior atenção, já que é a partir dela que se escolhe a melhor ação para o tratamento do problema atacado. Dessa forma, uma boa modelagem a partir do problema definido é crucial para uma efetiva otimização do mesmo, já que a partir da realização do processo de modelagem é possível realizar simulações e estudar mais a fundo o problema.

O esforço de modelagem conduz um tomador de decisão a representar de forma abstrata uma realidade (sistema) a ser enfrentada e que requer a definição de um melhor curso de ação. Considerando um objetivo a ser atingido em seu benefício, as relações entre variáveis decisórias e as restrições que devem ser respeitadas, o tomador de decisão pode, através do estabelecimento de relações matemáticas, definir um modelo que representa o sistema a ser analisado. Conseqüentemente, uma alternativa adequada de ação pode ser escolhida sem a materialização prévia de tal sistema, o que resulta na economia de recursos. Mesmo um sistema que já se encontre em operação pode, através de sua modelagem e análise, ser aprimorado de modo a resultar em maiores benefícios. (ARAÚJO, 2010, p. 51)

Sobre o que é um modelo Taha (2008, p. 3) relata que “O modelo expressa de maneira tratável as funções matemáticas que representam o comportamento do mundo real considerado.” Já Colin (2007, p. 5), descreve modelo como uma “representação simplificada do comportamento da realidade expressa na forma de equações matemáticas que serve para simular a realidade.”

Muitos problemas, até pouco tempo, não podiam ser resolvidos pela utilização de modelos, “não existiam nem dados e informações sobre os problemas, ou mesmo poder

computacional para resolve-los” (Latchtermacher, 2007, p. 2). Portanto, “a única opção que se tinha como alternativa viável era o uso da intuição dos gestores, porém com o surgimento e difusão dos microcomputadores e com aprimoramento tecnológico dos bancos de dados foi cada vez maior a elaboração de modelos para auxílio do processo de tomada de decisão.” (Latchtermacher, 2007, p. 2)

A qualidade de um modelo está relacionada com a significância das respostas oferecidas por ele e pouco relacionada com sua adesão à realidade. É muito comum que pessoas menos instruídas no assunto acreditem que um bom modelo é aquele que espelha com fidelidade a realidade. Nós, por outro lado, acreditamos que um bom modelo é aquele que consegue capturar as principais características do sistema a ser otimizado e que, com a maior simplicidade possível, gera uma solução que facilita em muito a tomada de decisões. (COLIN, 2007, p. 5)

Como ressalta Latchermacher (2007), a quantidade de informações cresceu significativamente nos últimos anos, em grande parte pelo avanço da Internet, sendo assim se torna impossível montar modelos que englobem todas essas informações. Segundo ele, as informações relevantes devem ser separadas das irrelevantes, para que a situação possa ser modelada de forma que possamos analisá-la. A percepção do tomador de decisão é fundamental na escolha das variáveis relevantes que comporão o modelo para melhorar o processo de tomada de decisão.

Em relação ao esforço despendido na modelagem do problema de roteamento de veículos (PRV), Belfiore (2006) afirma que uma das dificuldades de se modelá-lo e resolvê-lo é a grande quantidade de variáveis que podem influenciar no problema.

Portanto, é fundamental uma visão sistêmica do processo para uma tomada de decisão de qualidade. Deve-se identificar, modelar e classificar corretamente o problema, determinar suas características mais relevantes e sua relação com outros problemas, para que seja proposta uma estratégia de solução adequada. (BELFIORE, 2006, p. 2)

Raphael (2011) descreve o modelo de PRV como sendo uma rede rodoviária que realiza o transporte de mercadorias e é descrita, geralmente, por um grafo onde as suas arestas representam as estradas e os vértices são os entroncamentos rodoviários, locais de depósitos e locais dos clientes. As arestas, dependendo se elas podem ser percorridas somente em uma única direção ou ambas as direções, podem ser classificadas como direcionais ou não-direcionais, respectivamente. Cada uma das arestas está relacionada a um custo, que representa geralmente uma distância e um tempo de viagem.

A necessidade de otimização dos processos operacionais do transporte rodoviário de cargas oportuniza o desenvolvimento de modelos no auxílio da tomada de decisão que é extremamente complexa, pois é influenciada por fatores como, de acordo com Araújo (2010, p. 15), “o uso intensivo de recursos humanos e materiais, a dispersão espacial dos clientes, a diversidade de itens manuseados e a pressão pela redução dos tempos de viagens.”

3.7 O Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

Uma quantidade significativa de empresas atua ou depende de atividades ligadas à distribuição, despacho, entregas, transporte, envios e similares. E essas atividades estruturam o cerne de funcionamento dessas empresas, pois as tornam capazes de agregar valor ao cliente, tornando-as competitivas. Portanto, segundo (BELFIORE, 2006), garantir a disponibilidade do produto, agilidade na entrega, entre outros elementos, faz com que as empresas procurem formas de melhorar e reduzir os custos no processo logístico.

“Os aspectos que contribuem para a eficiência dos processos produtivos têm despertado a atenção dos tomadores de decisão das organizações.” (ARAÚJO, 2010, p. 13). A otimização no campo de transportes é uma delas, principalmente quando se trata da determinação da melhor alocação da frota e das melhores rotas a serem seguidas, já que, segundo Araújo (2010), as possibilidades de melhoria em áreas tradicionais das empresas são reduzidas, mesmo persistindo a necessidade de melhoria da eficiência, então o planejamento se volta para atividades ligadas ao abastecimento de materiais, movimentação interna de produtos em processo e distribuição de produtos acabados. Para Cacciari (2007), problemas de definição de rotas são críticos em praticamente todas as empresas, se a empresa tem pequeno volume de distribuição precisa resolver problemas pequenos, porém se a empresa tiver maior porte deverá lidar com problemas de maior grandeza.

As técnicas de pesquisa operacional são largamente utilizadas para a gestão eficiente das operações empresariais. No segmento de Logística e *Supply Chain Management* elas são fundamentais para a distribuição dos produtos aos clientes uma vez que auxiliam a determinação das melhores rotas para os veículos. (MEDEIROS, 2011, p. 14)

Barcellos, Evangelista e Segatto (2012) manifestam que num contexto de economia competitiva a qual as empresas estão inseridas atualmente, o processo decisório não permite falhas na resolução de problemas. Dessa forma, é importante que o gestor conheça ferramentas e técnicas da PO utilizadas na tomada de decisão e seja capaz de aplicá-las nas diversas situações do dia-a-dia empresarial.

A tomada de decisão é algo que compõe a função básica do administrador, porém muitas vezes difícil de ser realizada, devido à grande quantidade de informações. Todas as decisões envolvem a escolha de uma alternativa, através da comparação de custo e benefício entre as opções apresentadas. (AZEVEDO; SILVA; SOUZA, 2009, p. 6)

Sabendo-se da maior utilização do modal rodoviário na matriz de transporte brasileira vê-se a necessidade de utilização de ferramentas, como as da pesquisa operacional, no caso a roteirização, que auxiliem na otimização dos processos de distribuição.

A preocupação com roteirização de veículos é algo que vem ganhando relevância no cenário logístico, haja vista que esta ciência - a logística - tem adquirido cada vez mais um foco mais estratégico nas empresas pois, através de investimentos e estudos nesta área, podem ser conquistados diferenciais de atendimento, com ganhos em tempo, custo e qualidade para todos os interessados no transporte de cargas - fornecedores, transportadora e clientes. (BASSI, 2009. P. 33).

“Nas últimas décadas, a pesquisa por métodos de soluções de rotas e de programação de veículos vem crescendo, já que são técnicas fundamentais para empresas que necessitam consolidar cargas para entrega e/ou coletas, minimizando os custos.” (BASTOS, 2003, p. 43). Conforme, Bittencourt *et al.* (2012), ainda cabe salientar benefícios paralelos resultantes, como redução dos níveis de poluição atmosférica, ruído e consumo de recursos naturais trazidos pelo aperfeiçoamento das soluções logísticas, que diminuem o percurso realizado pelos veículos aumentando a vida útil dos mesmos.

Em relação à composição dos custos logísticos, Ballou (2006) afirma que o tempo que as mercadorias passam em trânsito reflete no número de fretes que podem ser realizados por um veículo num determinado intervalo de tempo e nos custos totais do transporte de forma geral. Ainda segundo o mesmo autor a redução dos custos dos transportes, a melhoria dos serviços aos clientes e a descoberta de melhores roteiros para os veículos a fim de minimizar tempos e distâncias compõe problemas bastante frequentes da tomada de decisão.

Toda organização precisa realizar um planejamento que englobe diretrizes de caráter estratégico, tático e operacional, para o transporte o planejamento também deve seguir a mesma premissa.

Sendo uma atividade produtiva, o transporte de cargas requer o emprego de recursos materiais e humanos. Como tais recursos são limitados e a relação entre oferta e demanda quase sempre apresenta não uniformidade, será necessário um trabalho prévio de planejamento que torne viável o serviço a ser prestado em termos de minimização dos custos e maximização do retorno financeiro. (ARAÚJO, 2010, p. 20)

Conforme pode- se perceber em Belfiore e Fávero (2006), Masiero (2008) Medeiros (2011) e Pereira (2012), o interesse pelo tratamento e resolução do Problema de Roteirização de Veículos não é recente, já que pode ser considerado um dos mais estudados e conhecidos da área de PO desde a sua introdução, como afirma Araújo (2010). Entende-se por roteamento de veículos, um conjunto de problemas que tem como objetivo determinar as melhores rotas para uma frota de veículos atenderem um conjunto de consumidores. (JÚNIOR; OLIVEIRA, 2012)

Pereira (2012) relata que a primeira notícia que se tem dos problemas de roteirização foram em 1800, quando foram tratados de forma matemática pelos matemáticos Sir. William Rowan Hamilton e Thomas Penyngton Kirkman sendo chamados de Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Taha (2008, p. 171), assim define o PCV: “Historicamente, o problema do caixeiro- viajante trata de achar o circuito (fechado) mais curto em uma situação de n cidades, na qual cada cidade é visitada exatamente uma vez. Em essência, o problema é um modelo de designação que exclui subcircuitos.”

A partir do estudo do PCV surgiu o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), já que, de acordo com Bittencourt *et al.* (2006), o modelo do PCV não refletia a realidade da maioria das organizações já que estas possuem diversas restrições que precisam ser obedecidas pelos veículos que percorrem rotas distintas.

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é uma variação do PCV e foi proposto inicialmente por Dantzig e Ramser (1959) para a resolução de um problema de distribuição de combustíveis em uma cidade. O PRV diferencia-se do PCV ao determinar rotas específicas para veículos, em oposição à utilização de um único viajante do PCV. (MEDEIROS, 2011, p. 17).

Sakaguti (2007) faz a define que a função do Problema de Roteamento Clássico (PRV) é determinar o conjunto de sub-rotas que começam e terminam num único depósito, que atendem a todos os nós que demandem algum serviço, minimizando a totalidade das distâncias percorridas pelos veículos.

Assim sendo, o objetivo de um modelo de PRV é encontrar as rotas que liguem os pontos com demanda a ser atendida, minimizando a o somatório das distâncias percorridas pelos veículos. A formulação geral, proposta por Dantzig e Ramser (1959), é a seguinte:

$$\text{Minimizar } \sum_{i,j=0}^n d_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n q_j x_{ij} \leq C \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n, \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

A função objetivo, representa pela equação (1), busca minimizar a distância total percorrida (d_{ij}) para o atendimento a todos os clientes, que se interligam por meio de vértices que saem do cliente i e vão até o cliente j . A restrição descrita pela equação (2) impõe que o total das demandas q_i de todos os clientes não deve ultrapassar a capacidade do veículo, expressa como C . A restrição expressa pela equação (3), expressa que cada cliente deve ser visitado por apenas um veículo, que atenderá toda a sua demanda. E, por último, a equação (4), expressa que a variável x_{ij} é binária, pois expressa a rota que liga o cliente i ao cliente j , caso a rota seja utilizada na solução ótima a variável recebe o valor 1, caso contrário o valor 0.

No transporte rodoviário de cargas a complexidade dos problemas é grande devido às restrições de tráfego, escassez de recursos, tanto materiais quanto humanos, restrições de capacidade dos caminhões, além de, principalmente no caso brasileiro, da deficiência em infraestrutura. Assim o PRV, necessita de abordagens com um vislumbre amplo da realidade. “O primeiro trabalho abrangente dos problemas de roteirização e programação de veículos foi apresentado por Bodin *et al.* (1983)¹.” (MASIERO, 2008, p. 12).

Quanto à natureza do processo de roteirização de carga Pacheco (2009) assim o define:

A roteirização de carga é o processo de programação da distribuição da carga em rotas ou roteiros de entrega, realizando o cruzamento de informações de volume/peso da carga, capacidade dos veículos e locais de entrega, afim de obter melhor resultado em termos de ocupação dos caminhões e cumprimento dos prazos de entrega. (PACHECO, 2009, p. 12).

¹ BODIN, L. D.; GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A.; BALL, M. O. Routing and scheduling of vehicle and crews: the state of the art. **Computer & Operations Research**, 1983, v. 10, n. 2, p. 63 – 211.

O significado e a origem dos termos roteirização e roteamento são apresentados por Silva (2010, p. 8):

Em artigos e em publicações técnicas escritas em língua inglesa, o termo *routing* (ou *routeing*) se refere à definição de um ou mais caminhos, sequencias ou itinerários a serem cumpridos por veículos de uma frota, passando por locais pré-determinados que necessitem de atendimento. Tais locais podem ser pontos específicos, caracterizados como nós de uma rede, ou segmentos de vias, usualmente denominados como arcos ou ligações (*links*).

O mesmo autor relata que neste sentido, os termos *roteirização*, *roteamento* e *roteirizar* são os termos em língua portuguesa que melhor se adéquam a representar o significado, nas áreas de PO, logística, transportes e distribuição física, o sentido de caminho, itinerário e sequencia de entregas.

Segundo Belfiore e Fávero (2006), os problemas de roteirização de veículos são de natureza combinatória e pertencem a uma classe de problemas de PO como problemas de otimização em rede. Dentro dessa classe estão, juntamente com o PRV, conforme Miura e Cunha (2008, p. 66), “os problemas clássicos, como os problemas do fluxo máximo, problema do caminho mínimo, problema de transporte, problema de designação.”

Geralmente, os modelos de redes são utilizados em casos especiais de problemas de programação linear, onde são analisados através de uma representação gráfica. São vários os problemas que podem ser modelados em redes. O conceito espacial é usado, geralmente, combinando informações de distâncias, custos ou tempos com demandas e capacidades de serviços. Dentre estes problemas, podem ser citados problemas de distribuição física, de energia, produção e outros, sendo eficientemente resolvidos com o problema de rede. (BASTOS, 2003, p. 29).

Para os problemas de roteirização de veículos espera-se a otimização do processo de distribuição. Raphael (2011) destaca alguns objetivos destes problemas:

- Minimização de custos globais de transporte dependente da distância percorrida global (ou sobre o tempo de viagem global) e os custos fixos associados com os veículos usados (e com os motoristas correspondentes);
- Minimização do número de veículos (ou motoristas) necessário para atender a todos os clientes;
- Balanceamento das rotas, o tempo de viagem e de carga do veículo;
- Minimização das penalidades associadas parcial do serviço dos clientes;

- Ou qualquer combinação ponderada desses objetivos.

Devido à sua complexidade, o esforço computacional exigido para a resolução dos problemas de roteirização é grande:

A maioria dos problemas de roteirização de veículos é tratada como *NP-difícil*. Em outras palavras, o esforço computacional para a sua resolução cresce exponencialmente com o tamanho do problema, dado pelo número de pontos a serem atendidos. Por isso, trabalhos neste campo foram desenvolvidos na busca por métodos heurísticos que apresentassem bom desempenho computacional e ao mesmo tempo soluções iguais ou muito próximas aos métodos exatos. (MIURA, CUNHA; 2008. p. 67).

Segundo Prestes (2006), para obter soluções ótimas para problemas de otimização combinatória, seria testar todas as possibilidades possíveis, porém, o crescimento exponencial das possibilidades proporcionalmente ao tamanho problema, relativo ao número de nós, torna impraticável essa abordagem.

Embora o PRV apresente todos os benefícios apresentados e ampla aplicabilidade, de acordo com Pacheco (2009) em função de dificuldades como base de dados desatualizada, sistemas antigos e pela cultura das empresas há pouca utilização da roteirização no Brasil. A autora relata que à época de sua pesquisa a Confederação Nacional de Transportes (CNT) havia publicado um estudo que mostrava que apenas 5% das empresas nacionais de transporte rodoviário de cargas utilizavam roteirizadores.

3.7.1 Variantes do Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

Por sua abordagem mais simplificada, o PRV desconsidera uma grande variedade de restrições adicionais e extensões que são frequentemente encontradas em situações reais. Por essa razão e, conforme Belfiore e Fávero (2006), pela importância econômica do PRV na determinação eficiente de estratégias de distribuição suas variantes têm sido recorrentemente estudadas na literatura.

Os problemas de roteirização de veículos podem ser classificados em diversas categorias e tipos, os vários problemas diferem entre si em aspectos relacionados ao tipo de operação, ao tipo de carga, ao tipo de frota utilizada, à localização dos clientes, ao tipo de restrições, ao tipo de função objetivo e vários outros fatores [...]. (BELFIORE; FÁVERO, 2006, p. 8).

Bodin *et al.*² (1983 *apud* BELFIORE; FÁVERO, 2006, p. 11) sugere a classificação dos problemas de roteirização em três grupos, em função de restrições de cunho espacial e/ou temporal. Esses grupos são apresentados a seguir, como sendo:

- Problema de roteirização pura: não há restrições temporais, relacionados ao horário de atendimento dos clientes, nem relações de precedência entre os clientes. Neste tipo de problema consideram-se apenas aspectos espaciais, e o objetivo é construir um conjunto de roteiros viáveis com menor custo possível.
- Problema de programação de veículos: há restrições de horários pré-estabelecidos para cada atividade a ser executada, como horário de chegada e saída das lojas, horário de saída do depósito, parada para reabastecimento, etc. Neste tipo de problema consideram-se tanto os aspectos espaciais quanto temporais.
- Problemas combinados de roteirização e programação de veículos: há restrições de precedência entre tarefas e/ou restrições de janela de tempo. Relações de precedência ocorrem, por exemplo, quando a entrega de uma mercadoria deve ser precedida pela sua coleta. As janelas de tempo correspondem ao intervalo de tempo em que pode ocorrer o início do atendimento dos clientes.

As TAB. 1 e 2 apresentam, de forma sintética e genérica, as extensões do PRV baseada nos parâmetros mais comuns e relevantes no intuito de proporcionar um entendimento fácil e mostrar a evolução e as diferenças fundamentais dos problemas.

Tabela 1 – Classificação dos principais problemas de roteirização de veículos.

(Continua)

	Nº de roteiros	Localização clientes	Nº de depósitos	Tipo de demanda	Restrições
VRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
MDVRP	Múltiplos	Nós	Múltiplos	Determinística	Capacidade do Veículo
CARP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
	Nº de roteiros	Localização clientes	Nº de depósitos	Tipo de demanda	Restrições
SVRP	Múltiplos	Nós	1	Estocástica	Capacidade do Veículo
VRPSD	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
FSVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo

²BODIN, L. D.; GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A.; BALL, M. O. Routing and scheduling of vehicle and crews: the state of the art. **Computer & Operations Research**, 1983, v. 10, n. 2, p. 63 – 211.

Tabela 1 – Classificação dos principais problemas de roteirização de veículos.

(Continuação)

HFFVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
FSMVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
PVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo
TDVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo/ Tempo dependente
VRPTW	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo/Janela de tempo
VRPSTW	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade do Veículo/ Janela de tempo flexível

Legenda:**VRP:** Problema Clássico de Roteamento de Veículos**MDVRP:** VRP com múltiplos depósitos**CARP:** VRP com demanda em arcos**SVRP:** VRP com demanda estocástica**VRPSD:** VRP com entregas fracionadas**FSVRP:** VRP com dimensionamento de frota homogênea**HFFVRP:** VRP com frota heterogênea fixa**FSMVRP:** VRP com dimensionamento de frota heterogênea**PVRP:** VRP periódico**TDVRP:** VRP com tempo dependente**VRPTW:** VRP com janelas de tempo**VRPSTW:** VRP com janelas de tempo flexíveis

Fonte: Adaptado de Belfiore e Fávero (2006, p. 27).

Tabela 2 – Parâmetros adicionais de classificação dos principais problemas de roteirização de veículos.

	Nº de entregas por cliente	Variáveis de decisão	Período	Tipo de frota	Nº de veículos
VRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
MDVRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
CARP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
SVRP	≥ 1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
VRPSD	1	Roteiros de entrega/ quantidade entregue a cada cliente	1 dia	Homogênea	Limitado
FSVRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Ilimitado
HFFVRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Heterogênea	Ilimitado
FSMVRP	1	Roteiros de entrega/ dimensionamento e composição da frota	1 dia	Heterogênea	Ilimitado
PVRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
TDVRP	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
VRPTW	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado
VRPSTW	1	Roteiros de entrega	1 dia	Homogênea	Limitado

Legenda:**VRP:** Problema Clássico de Roteamento de Veículos**MDVRP:** VRP com múltiplos depósitos**CARP:** VRP com demanda em arcos**SVRP:** VRP com demanda estocástica**VRPSD:** VRP com entregas fracionadas**FSVRP:** VRP com dimensionamento de frota homogênea**HFFVRP:** VRP com frota heterogênea fixa**FSMVRP:** VRP com dimensionamento de frota heterogênea**PVRP:** VRP periódico**TDVRP:** VRP com tempo dependente**VRPTW:** VRP com janelas de tempo**VRPSTW:** VRP com janelas de tempo flexíveis

Fonte: Adaptado de Belfiore e Fávero (2006, p. 27)

3.8 Definição de termos utilizados em PRVC

Para melhor entendimento dos fundamentos do PRVC, é importante que se conheça a conceituação de termos utilizados na descrição do problema e das premissas básicas do mesmo. São eles: grafos, nós, instâncias, demandas, depósito, capacidade de veículos, rotas, sub-rotas.

Conforme Paula (2009, p. 20), um grafo consiste de dois conjuntos V e E , onde o conjunto V é finito e não vazio constituídos por nós e E é um conjunto de arcos, que são pares não ordenados de arcos. Assim $V(G)$ e $E(G)$ simbolizam os conjuntos de nós e arcos do grafo G , também expresso como $G = (V, E)$. A descrição do grafo correspondente seria da seguinte forma:

- $V = \{a, b, c, d, e\}$
- $E = \{(a, c), (c, d), (c, b), (b, e), (e, d)\}$

O grafo é constituído por nós, que de acordo com Taufer e Pereira (2011, p.2), são “referentes a cidades”. As instâncias são, conforme Staggemeier *et al.* (2000), um conjunto de dados a serem estudados.

A solução de uma roteirização são rotas, e uma rota, segundo Izquierdo (2000, p. 45), é “um caminho fechado passando exatamente uma vez em cada cidade representada por uma lista de n cidades”.

Quando se fala em capacidade dos veículos, primeiro deve se definir capacidade, que segundo Arnold (2000, p 141) é “a capacidade de um sistema ou recurso de fornecer uma quantidade de resultado em um período de tempo”. Portanto, capacidade do veículo é o quanto o veículo pode transportar em uma carga completa.

Já demanda, conforme Viana (2000, p. 112), “caracteriza intenção de consumo e tem o objetivo básico de fazer previsões [...]”. Os depósitos são, de acordo com Araújo (2010), corresponde ao lugar onde os veículos serão despachados para o atendimento aos clientes.

Por último, sub-rotas que, segundo Bittencourt (2012), são rotas desconectadas do depósito.

3.9 O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC)

A abordagem mais simples da roteirização de veículos é o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), ou *Vehicle Routing Problem* (VRP) conforme a língua inglesa, é o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) onde, conforme Nascimento (2011, p. 26) “cada rota inicia e termina no depósito e cada cliente é atendido apenas uma vez”. Uma característica básica desse modelo de roteirização é que todos os clientes representam as entregas a serem realizadas e as demandas de cada um já são conhecidas *a priori*, portanto um modelo determinístico.

A definição de Pereira (2012) corresponde exatamente às restrições que o modelo de roteirização obedece para um dimensionamento e alocação de frota otimizados.

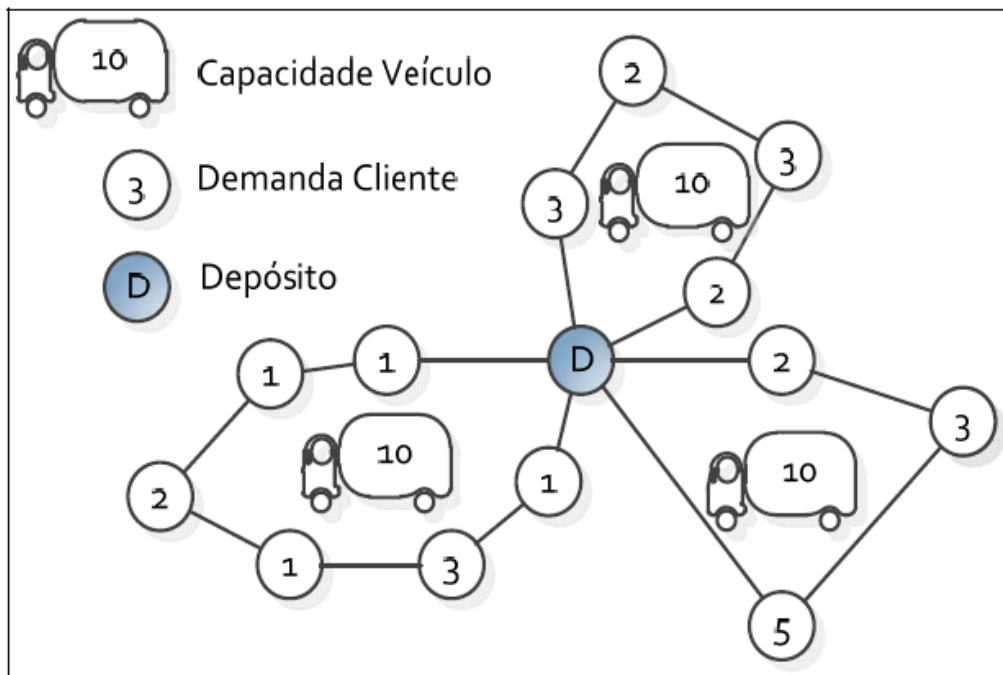
O PRVC busca determinar um conjunto de rotas para uma frota homogênea de veículos, a partir de um depósito central com destino a um conjunto de clientes que demandam determinado produto. Cada cliente deve ser atendido por apenas um veículo e, além disso, a demanda transportada não deve exceder sua capacidade de carregamento. O objetivo do PRVC é minimizar a distância total percorrida pela frota de veículos. (PEREIRA, 2012, p. 10)

A FIG. 2 ilustra um exemplo de instância do PRVC em que estão ilustradas as possíveis rotas (ou arcos) entre os clientes (ou vértices) que serão abastecidas pelo depósito D (que também é denominado um vértice), a capacidade de cada veículo (neste caso, 3 veículos de capacidade 10 unidades de massa) e a demanda de cada cidade descrita pelo valor que está dentro de cada vértice, excluindo o depósito que, obrigatoriamente, precisará atender a demanda total dos clientes.

O modelo matemático utilizado para resolver o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC), pode ser expresso como o apresentado por Toth e Vigo (2002), apresentado a seguir.

O modelo matemático, apresentado acima, é representado por um grafo $G = (V, A)$ que possui um conjunto de vértices $V = \{0, \dots, n\}$, que representam as localidades dos clientes que serão atendidos, estando o depósito no vértice 0 e um conjunto de arestas associadas às possibilidades de locomoção entre os vértices. Cada arco (i, j) , $i \neq j$, é associado a uma matriz de valores numéricos inteiros $C = [c_{ij}]$ não negativa.

Figura 2 – Exemplo de uma instância do PRVC.



Fonte: Medeiros (2011).

Para a efetividade do modelo e para que ele possa gerar soluções ótimas, as seguintes premissas devem ser obedecidas:

- Cada vértice $V \setminus \{0\}$ deve ser visitado uma única vez por apenas um veículo;
- Todas as rotas devem se iniciar e terminar no depósito;
- Cada vértice i possui uma demanda d_i e a soma das demandas de qualquer uma das rotas geradas não deve exceder a capacidade Q dos veículos.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \quad 1)$$

$$\text{Sujeito a} \quad \sum_{k=1}^K y_{ik} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad 2)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{0k} = K \quad 3)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} = \sum_{j=0}^n x_{jik} = y_{ik} \quad (i = 0, \dots, n), (k = 1, \dots, K) \quad 4)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i y_{ik} \leq Q \quad (k = 1, \dots, K) \quad 5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad (\forall S \subseteq V \setminus \{0\}, |S| \geq 2, k = 1, \dots, K) \quad 6)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad (i, j = 0, \dots, n; i \neq j), (k = 1, \dots, K) \quad 7)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i = 0, \dots, n), (k = 1, \dots, K) \quad 8)$$

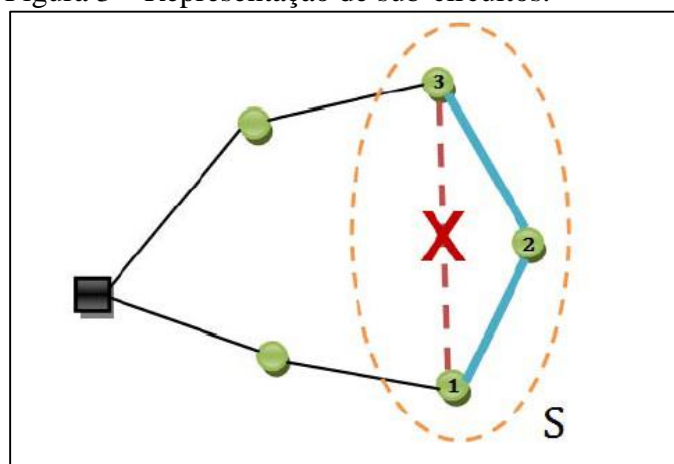
A função objetivo, representada pela equação (1), busca a minimização da distância d_{ij} total percorrida. A variável binária x_{ijk} recebe o valor 1 caso o arco (i, j) seja coberto pelo veículo k na solução ótima, caso contrário 0. Segundo Cunha *et al.* (2002, p. 3), “quando a distância entre dois nós i e j , independentemente do sentido, for igual, ou seja $d_{ij} = d_{ji}$, trata-se de um problema simétrico, caso contrário o problema é chamado de assimétrico.”

A função objetivo está sujeita às restrições, sendo assim, a equação (2) reza que cada vértice i deve ser visitado por um único veículo k , por isso a variável y_{ik} é binária e recebe o valor 1 caso o vértice i seja visitado pelo veículo k na solução ótima, e 0 caso contrário. A equação (3) estabelece que os K veículos disponíveis devem sair do depósito. Quando um determinado veículo k entrar em um determinado vértice i ele deve sair do mesmo, portanto a equação (4) garante essa premissa. A equação (5) impõe que a capacidade Q do veículo k não deve ser excedida pelo somatório das demandas d_i dos clientes que estão presentes na rota do mesmo. As equações (7) e (8), indicam que as variáveis x_{ij} e y_{ik} devem ser, necessariamente binárias.

Vale destacar a significância da equação (6), que elimina a ocorrência de sub-circuitos, ou sub-rotas, desconectadas do depósito para qualquer subconjunto S de $V \setminus \{0\}$, onde o total de arcos x_{ijk} ($j, i \in S$) presentes na solução ótima deve ser menor ou igual ao número de elementos do subconjunto S menos um.

A FIG. 3 apresenta o que foi dito na equação (6) sobre a ocorrência de sub-circuitos. Em um subconjunto S , formado por três nós, para atender as condições do modelo matemático do PRVC de cada nó ser visitado uma única vez por um único veículo e atender a todos os nós com o menor somatório de distâncias possível para todos os veículos, as ligações que devem ocorrer entre eles devem ser apenas duas, então a ligação tracejada, assinalada com X, não pode ocorrer, já que viola as condições do modelo criando um sub-circuito.

Figura 3 – Representação de sub-circuitos.



Fonte: Bittencourt (2006).

3.9.1 Métodos de resolução: exatos e heurísticos

Os métodos de resolução do PRVC, conforme explicitado por Medeiros (2011) podem ser agrupados em duas classes distintas: métodos exatos e métodos heurísticos. Os métodos exatos, de acordo com Belfiore e Fávero (2006), garantem uma solução ótima para o problema, contudo devido à complexidade da maioria dos problemas de roteirização, classificados como NP-difícil, os algoritmos de tempo polinomial são capazes de resolver apenas pequenos problemas que não são capazes de expressar a realidade. Já que o tempo de processamento aumenta de maneira exponencial com a inserção de mais clientes (nós) e veículos. Portanto, pouco se atem na busca por soluções exatas e uso da programação linear.

Os métodos exatos se utilizam da Programação Linear Inteira (PLI), conforme aponta a Araújo (2010) a técnica mais conhecida dessa natureza é chamada de *Branch-and-bound* (ramificar e limitar). Porém, segundo ele, existem outros métodos utilizados como a Relaxação Lagrangeana e os Planos de Corte, além de métodos híbridos. Além dos métodos já citados Belfiore (2006) ainda fala da existência de algoritmos *Branch-and-cut* (ramificar e cortar).

A palavra heurística vem do grego *heuriskein* e significa o ato de descobrir. Os métodos heurísticos não garantem a solução ótima, mas geralmente resultam em soluções sub-ótimas de grande qualidade a um esforço computacional melhor. (BELFIORE, FÁVERO, 2006). Portanto, as heurísticas são como explica Silva (2010, p. 12), “procedimentos aproximativos, algoritmos de busca capazes de encontrar soluções aproximadas de boa qualidade em tempo computacional razoável.”

Pode-se notar que os métodos exatos encontrados na literatura só foram capazes de resolver problemas com até 55 solicitações, número bastante reduzido, quando se considera que a demanda por este tipo de serviço pode chegar facilmente a algumas centenas de solicitações diárias. Tal comportamento não é observado nos métodos heurísticos, que se mostraram capazes de resolver com rapidez problemas de várias centenas de solicitações. (PACHECO, 2009, p. 17)

Em relação aos métodos heurísticos, conforme apresentado por Pereira (2012), os avanços principais estão ligados às heurísticas que utilizam uma escolha racional de algoritmos para se chegar a respostas mais próximas do ótimo, contudo com um tempo menor de processamento computacional. “Por definição, um algoritmo é uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas, cada um das quais pode ser executada mecanicamente num período de tempo finito e com quantidade de esforço finita.” (SILVA, 2010, p. 12).

Muitas heurísticas foram propostas para o PRV. Estas podem ser classificadas em duas classes principais: heurísticas clássicas e metaheurísticas. Atualmente, a maioria dos procedimentos de construção e melhoria pertencente à primeira classe. Esses métodos produzem soluções de boa qualidade em tempos de computação modestos, realizando uma exploração relativamente limitada do espaço de solução. (RAPHAEL, 2011, p. 15).

Toth e Vigo (2002) propõem uma divisão das heurísticas clássicas do PRV em três categorias:

- Heurísticas construtivas: procuram construir gradualmente uma solução viável de acordo com o custo de solução;
- Heurísticas de duas fases: o problema é decomposto em dois componentes: agrupamento de vértices em rotas viáveis e construção de rota real. Essas heurísticas são agrupadas em duas classes distintas: métodos *cluster-first, rout-second* (agrupar primeiro, roteirizar depois) e métodos *route-first, cluster-second* (roteirizar primeiro, agrupar depois). No primeiro, os vértices viáveis são primeiramente organizados em grupos e logo depois uma rota é construída para cada um deles. Já no segundo, um roteiro é construído com todos os vértices e logo após se realiza a segmentação em rotas de veículos viáveis.
- Métodos de melhoria: ocorre uma sequência de trocas de arestas ou vértices dentro ou entre rotas de veículos na tentativa de atualizar alguma solução viável. A distinção entre os métodos construtivos e de melhoria é confusa, pois a maioria dos algoritmos construtivos usa passos de melhoria em seus estágios.

Ainda Raphael (2011) aponta como métodos construtivos o Algoritmo de *Savings* de Clarke e Wright, Algoritmos de *Savings* baseados em Correspondência, Heurísticas de Inserção Sequencial, Heurísticas de Inserção Sequencial de Mole e Jameson e a Heurística de Inserção Sequencial Christofides, Mingozzi e Toth. Para os métodos de duas fases, o mesmo autor, diz que no caso de *cluster-first, route-second* são utilizados os métodos de agrupamento elementar, entre eles: o Algoritmo *Swepp*, o Algoritmo Fisher e Jaikumar e o Algoritmo Bramel e Simchi-levi. No caso de *route-first, cluster-second* se usa uma abordagem do *Branch-and-bound* denominada de *Branch-and-bound* truncado. Em relação às heurísticas de melhoria Raphael (2011) descreve duas classes as Melhorias de Rota Única e Melhorias Multirrotas.

Falando ainda sobre métodos heurísticos, Belfiore (2006), expõe a existência de outros dois métodos para a resolução do PRVC: a Busca Tabu e a *Simulated Annealing*. Além da utilização de algoritmos genéticos.

Pode se citar como exemplos de utilização de heurísticas autores como: Medeiros (2011) que em seu trabalho demonstrou a utilização de uma heurística baseada na estratégia “*Cluster first route second*”; Araújo (2010) que aplicou Busca Tabu, Raphael (2011) que realizou um comparativo entre os resultados encontrados por um Algoritmo

Exato, a Heurística do vizinho mais próximo, a Heurística de *Savings* (de Clarke e Wright) e o Método *Route-First, Cluster-Second*.

3.9.2 *Softwares* utilizados na roteirização de veículos

Os métodos de resolução do Problema de Roteamento de Veículos, normalmente as heurísticas, são implementados em sistemas computacionais a partir de algoritmos, os chamados roteirizadores. Em conjunto com uma boa base de dados podem gerar resultados satisfatórios, além de consumir menor tempo e esforço quando comparado aos métodos tradicionais de resolução, geralmente manuais.

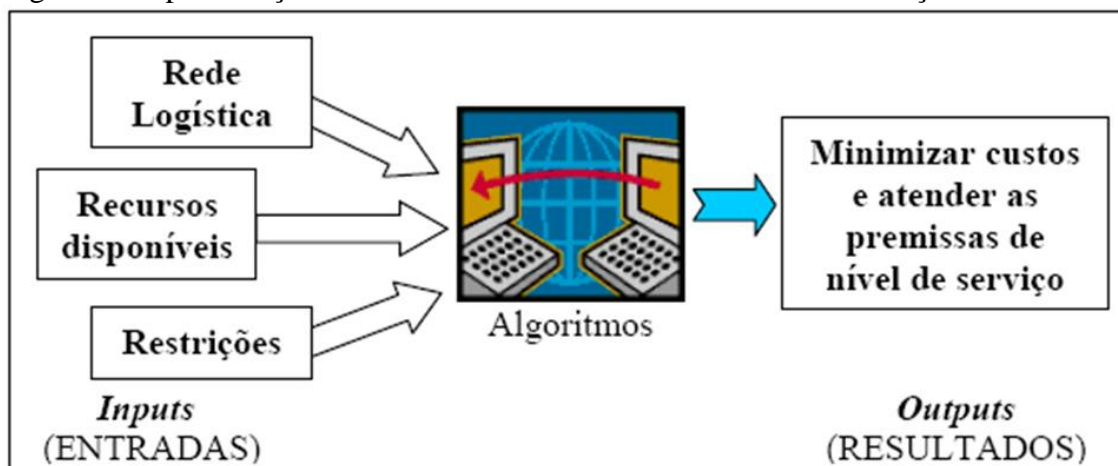
Benefícios como maior controle, otimização de recursos, redução de custos, são apenas alguns dos benefícios mais imediatos, mas os roteirizadores podem ser usados também no planejamento estratégico das empresas, fornecendo subsídios para novos investimentos e melhoria da cadeia logística. (PACHECO, 2009, p. 20)

Embora os roteirizadores possam desempenhar um papel de otimização de rotas e redução considerável de custos, além de ser uma ótima ferramenta de simulação e análise de estratégias de distribuição, como afirma Nascimento (2011, p. 17), “os problemas de roteamento ainda carecem de implementação prática. Existem soluções disponíveis no mercado, entretanto estas nem sempre atendem às particularidades de cada empresa.” Outro empecilho para a utilização de roteirizadores, como aponta Bastos (2003) é a necessidade de mão de obra capacitada para a obtenção e processamento de informações, atendendo objetivamente as necessidades funcionais e estratégicas da empresa.

Pacheco (2009) alerta para que os roteirizadores não sejam vistos como uma solução isolada para a otimização dos transportes nas empresas. A autora afirma que a implantação do roteirizador vai melhorar a montagem das cargas e rotina da empresa, no entanto se o restante da cadeia não estiver estruturado corretamente, ele não produzirá grandes resultados. Ainda Pacheco (2009) exemplifica alguns *softwares* comerciais de roteirização no Brasil, são eles: Ailog Tecnologia, Routing Systems Informática, Tropics, AXIODIS, GFMI Software, Map24.

A FIG. 4 representa o funcionamento de um *software* de roteirização a partir de suas entradas (*inputs*) e de suas saídas (*outputs*).

Figura 4 – Apresentação do funcionamento de um software de roteirização.



Fonte: Marques (2002) in Bastos (2003).

4 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentados os cenários estudados no trabalho e os métodos utilizados para se encontrar a solução dos mesmos.

4.1 Coleta de Dados

Para a resolução do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) foi necessário conhecer a quantidade de nós presentes na instância, a identificação do depósito, a demanda de cada cliente, a quantidade de veículos disponíveis, que foi fixa, bem como a capacidade de todos os veículos, que foi igual para todos. Para ilustrar o que foi apresentado será utilizada uma instância disponível, juntamente com outras, no site CodePlex³.

O Cenário 1 abordado neste trabalho será a instância: An32-k5. Ela faz parte de um conjunto de instâncias propostas e estudadas por Augerat *et al.* (2000). A TAB. 3 descreve as características originais da instância.

Tabela 3 – Características da Instância An32-k5.
(Continua)

Instância An32-k5			
Nó	X	Y	Demanda
1	82	76	0
2	96	44	19
3	50	5	21
4	49	8	6
5	13	7	19
6	29	89	7

Fonte: Augerat (2000).

³ <http://prvc.codeplex.com/downloads/get/279760>

Tabela 3 – Características da Instância An32-k5.

(Continuação)

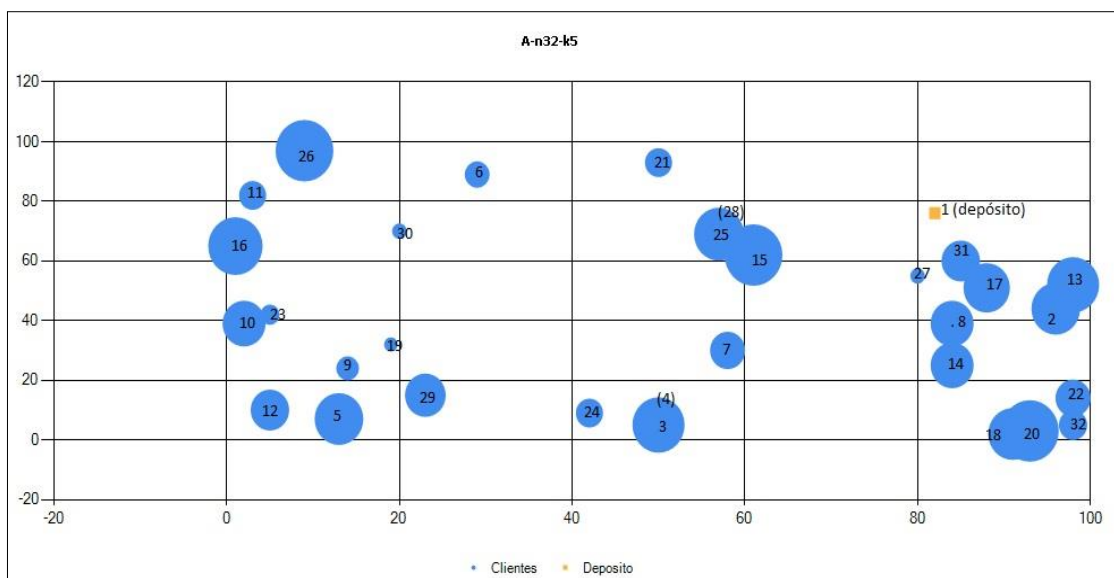
Instância An32-k5			
Nó	X	Y	Demanda
7	58	30	12
8	84	39	16
9	14	24	6
10	2	39	16
11	3	82	8
12	5	10	14
13	98	52	21
14	84	25	16
15	61	59	3
16	1	65	22
17	88	51	18
18	91	2	19
19	19	32	1
20	93	3	24
21	50	93	8
22	98	14	12
23	5	42	4
24	42	9	8
25	61	62	24
26	9	97	24
27	80	55	2
28	57	69	20
29	23	15	15
30	20	70	2
31	85	60	14
32	98	5	9

Fonte: Augerat (2000).

Essa instância descreve as quantidades demandadas por 31 clientes, denominados nó 2 a nó 32, que estão distribuídos num plano cartesiano, conforme mostra a FIG. 5. O nó 1 representa o depósito e por isso o campo da demanda para esse nó é preenchido

com zero. A frota é composta por cinco veículos com capacidade igual a 100 unidades, conforme indicado nos campos N° VEÍCULOS e CAP. VEÍCULO da TAB. 2. O tamanho da circunferência que representa o cliente é proporcional ao tamanho do pedido. Devido ao tamanho da circunferência de alguns clientes, outros clientes que estão próximos estão encobertos, por isso o número que representa o cliente está entre parênteses na FIG. 5. O depósito de onde partem os veículos para a realização das entregas está desenhado no plano na forma de um quadrado. Há também que se mencionar que, a matriz de distância, referente a essa instância, é simétrica, ou seja, a distância de um dado nó i para um dado nó j é a mesma distância para fazer o caminho contrário, de j para i .

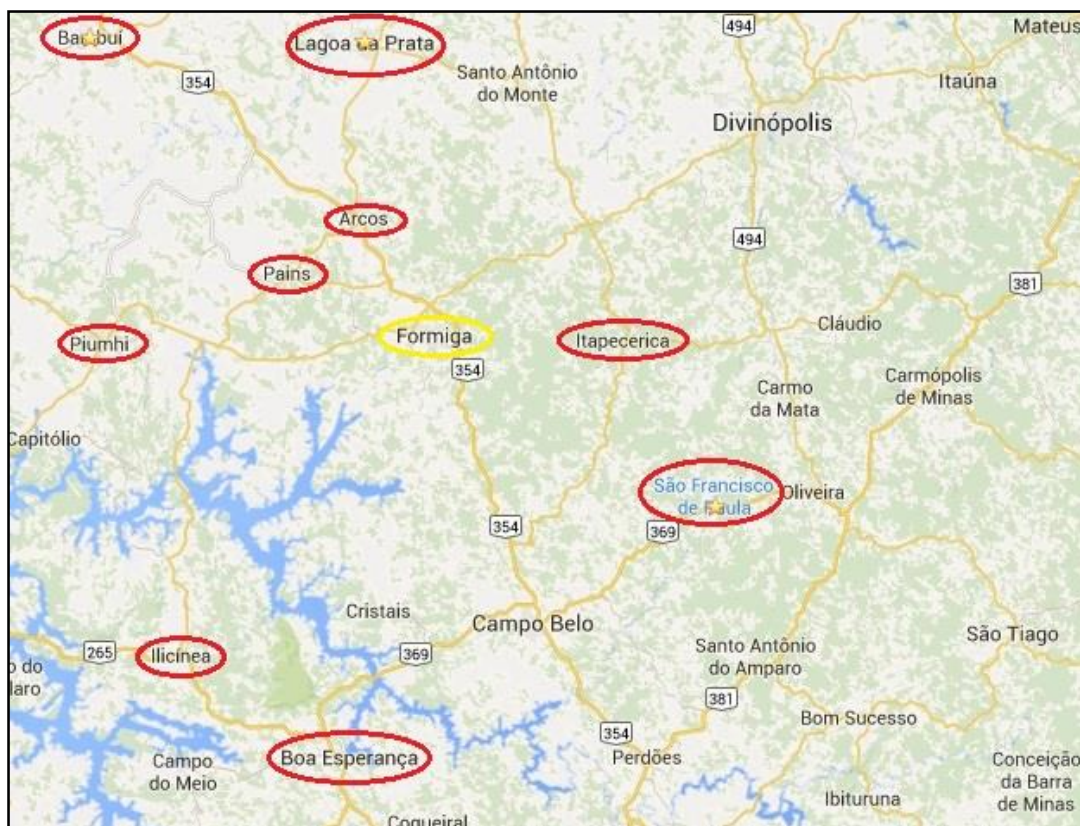
Figura 5 – Representação gráfica da instância An32-k5.



Fonte: O autor (2014).

Para a visualização do PRVC em uma situação real criou-se o Cenário 2, hipotético, que pode ser descrito da seguinte forma: Uma empresa no município de Formiga precisa realizar entregas em outros nove municípios da região, sendo eles Itapecerica, São Francisco de Paula, Boa Esperança, Arcos, Pimhui, Ilicínea, Pains, Lagoa da Prata e Bambuí. Este cenário está apresentado na FIG. 6.

Figura 6 – Mapa das cidades para o cenário hipotético.



Fonte: Adaptado de *Google Maps* (2014).

O depósito está localizado no município de Formiga e os outros municípios possuem demandas que precisam ser atendidas. Para o atendimento aos clientes a empresa possui dois veículos com capacidade de carga de 14.000 Kg. A TAB. 4, a seguir, apresenta essas informações.

As distâncias entre o depósito, que está no município de Formiga, até os clientes que estão no restante das cidades, e destas entre si estão apresentadas na TAB. 5. As distâncias estão expressas em quilômetros e foram obtidas com auxílio da ferramenta *Google Maps*. O custo para cada quilômetro rodado pelos dois veículos será de R\$ 2,00/km.

Tabela 4 – Características do cenário hipotético.

Identificação	Cidade (i)	Demanda (d _i) em Kg
1 (Depósito)	Formiga	0
2	Itapecerica	1500
3	São Francisco de Paula	2000
4	Boa Esperança	3000
5	Arcos	12000
6	Pimhui	1200
7	Ilicínea	3000
8	Pains	800
9	Lagoa da Prata	3000
10	BambuÍ	1500

Fonte: O próprio Autor (2014).

Tabela 5 – Matriz de distâncias para o cenário hipotético em quilômetros.

Identificação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	65,1	97,1	109	28,1	68,7	109	33,7	63,3	87,1
2	65,1	0	73,2	132	81,9	128	169	87,5	84,4	141
3	97,1	73,2	0	98,9	125	165	126	131	160	184
4	109	132	98,9	0	137	128	40	127	172	196
5	28,1	81,9	125	137	0	77,1	118	30,6	37,1	61
6	68,7	128	165	128	77,1	0	99,6	47,4	112	99,6
7	109	169	126	40	118	99,6	0	87,8	153	151
8	33,7	87,5	131	127	30,6	47,4	87,8	0	65,8	63,3
9	63,3	84,4	160	172	37,1	112	153	65,8	0	66,5
10	87,1	141	184	196	61	99,6	151	63,3	63,3	0

Fonte: *Googel Maps*.

4.2 Implementação do modelo de PRVC

O modelo apresentado, na Seção 3.9, foi implementado em um *software* livre, de código aberto, usado para a resolução de problemas de Programação Linear, chamado

GLPK (*GNU Linear Programming Kit*)⁴. O GLPK se utiliza da linguagem de modelagem *GNU Mathematical Programming Language* (GMPL), que é um subconjunto da linguagem AMPL (*An Mathematical Programming Language*).

Para a implementação do modelo no GLPK se utilizou de uma interface para o desenvolvimento de modelos chamada GUSEK (*GLPK Under Scite Extended Kit*)⁵.

A implementação da linguagem de programação associada ao modelo matemático e a instância apresentados na interface GUSEK, aconteceu em uma máquina que possui o processador Intel® Core™ i3-2348M com 6 GB de memória RAM DDR3.

Para a implementação do modelo no GUSEK criou-se um arquivo .MOD, que descreve a tradução do modelo matemático do PRVC na linguagem de programação GMPL, conforme ANEXO A. Os dados referentes a instância estudada foram escritos em um arquivo .DAT, conforme ANEXO B. Baseado nos dois arquivos, o .MOD e o .DAT, o GUSEK realiza o processamento das informações e gera um arquivo de saída, denominado .OUT, onde é possível identificar qual a melhor solução para o cenário, conforme ANEXO C.

Os resultados obtidos foram tratados utilizando-se planilhas do Microsoft Excel 2013, recursos do Microsoft Word 2013 e a ferramenta de criação e edição de figuras Paint, do Microsoft Windows 8.

⁴ www.gnu.org/software/glpk/

⁵ gusek.sourceforge.net

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) por possuir natureza combinatória, e estar na classe *NP-difícil*, exige grande esforço computacional, pois a complexidade para a sua resolução cresce de forma exponencial de acordo com a quantidade de nós presentes na instância. Dessa forma, a utilização de Programação Linear Inteira (PLI) para a resolução do PRVC fica restrita a quantidades pequenas de nós, que não representam a realidade.

No caso deste trabalho, a quantidade de nós foi gradativamente aumentada de acordo com que se observava o tempo de processamento que o GUSEK dispndia para gerar uma solução. A GRÁF. 3, a seguir, demonstra o crescimento exponencial do tempo de processamento de acordo com o número de nós inseridos.

Gráfico 3 – Relação entre o número de nós e o tempo de processamento.



Fonte: O Autor (2014).

É válido ressaltar o grande salto do tempo de processamento quando a quantidade de nós passou de treze para quatorze, ultrapassando 230 segundos (3 min e 50 segs.) para aproximadamente 5092 segundos (84 min e 52 segs.). Portanto, foram fixados quatorze como sendo o número de nós utilizados para demonstrar o funcionamento do PRVC, pois o acréscimo de um nó poderia aumentar muito o tempo de processamento, tornando inviável a busca pela solução.

Os quatorze nós utilizados foram retirados da instância An32-k5, apresentada na Seção 4.1. Os nós que fariam parte do escopo foram escolhidos de acordo com a sua dispersão no plano, de forma que a solução possuísse rotas maiores. A quantidade de veículos utilizada foi de dois veículos com capacidade igual a 100 unidades. A TAB. 6, a seguir, demonstra as características dos nós selecionados e da adaptação da instância An32-k5, e a FIG. 7 a dispersão dos nós no plano.

Tabela 6 – Características da adaptação da instância An32-k5.

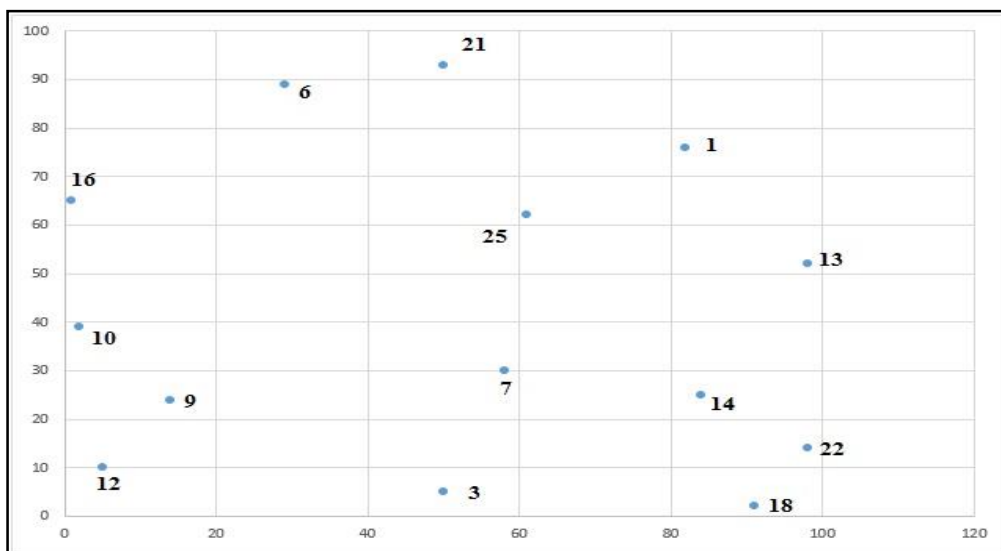
Adaptação da Instância An32-k5				
Nós	Clientes + Depósito	Coordenada		Demanda
		X	Y	
1	1	82	76	0
2	3	50	5	21
3	6	29	89	7
4	7	58	30	12
5	9	14	24	6
6	10	2	39	16
7	12	5	10	14
8	13	98	52	21
9	14	84	25	16
10	16	1	65	22
11	18	91	2	19
12	21	50	93	8
13	22	98	14	12
14	25	61	62	24

Fonte: Augerat (2000).

Portanto, o cenário adotado no trabalho possui quatorze nós, sendo um depósito, representado pelo ponto 1, e 13 clientes, sendo os clientes 3, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 21, 22 e 25, retirados da instância An32-k5, e representados no arquivo .DAT do GUSEK como sendo os nós 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14, respectivamente, para fins de entendimento pela linguagem, cada qual com sua respectiva demanda. Há dois veículos a disposição com capacidade de carga de 100 unidades.

A TAB. 7, a seguir, relaciona as distâncias de cada um dos nós aos demais nós. A primeira coluna discrimina todos os nós i e a primeira linha todos os nós j . As distâncias estão expressas em quilômetros. Adotou-se que cada quilômetro rodado geraria um custo de R\$ 2,00.

Figura 7 – Disposição dos nós no plano para a Adaptação da instância An32-k5.



Fonte: O Autor (2014).

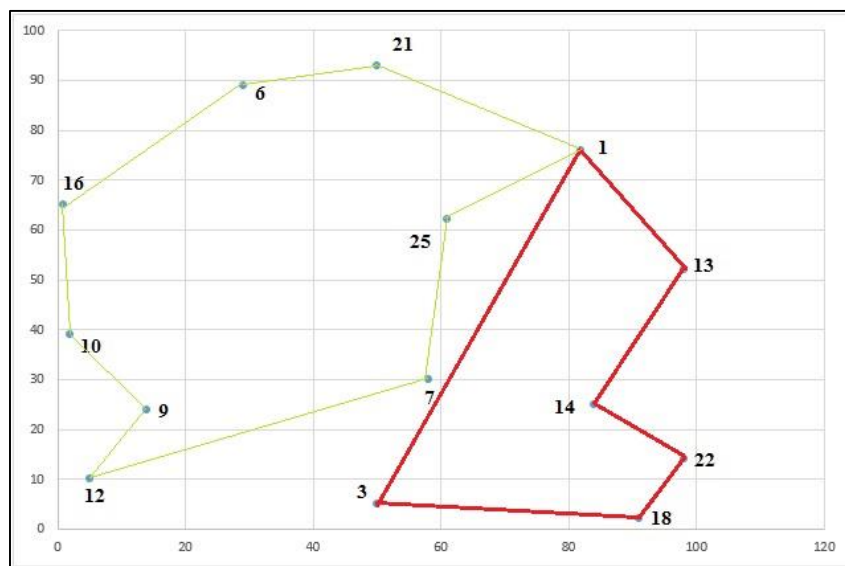
Tabela 7 – Matriz de distâncias em quilômetros para os nós da adaptação da instância An32-k5.

d_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	78	55	52	86	88	101	29	51	82	75	36	64	25
2	78	0	87	26	41	59	45	67	39	77	41	88	49	58
3	55	87	0	66	67	57	83	78	84	37	107	21	102	42
4	52	26	66	0	44	57	57	46	26	67	43	64	43	32
5	86	41	67	44	0	19	17	89	70	43	80	78	85	60
6	88	59	57	57	19	0	29	97	83	26	96	72	99	63
7	101	45	83	57	17	29	0	102	80	55	86	94	93	76
8	29	67	78	46	89	97	102	0	30	98	50	63	38	38
9	51	39	84	26	70	83	80	30	0	92	24	76	18	44
10	82	77	37	67	43	26	55	98	92	0	110	56	110	60
11	75	41	107	43	80	96	86	50	24	110	0	100	14	67
12	36	88	21	64	78	72	94	63	76	56	100	0	92	33
13	64	49	102	43	85	99	93	38	18	110	14	92	0	61
14	25	58	42	32	60	63	76	38	44	60	67	33	61	0

Fonte: O Autor (2014).

Utilizando um subjetivismo para a criação das rotas, tendo por base os dados da TAB. 6, um possível arranjo é o apresentado na FIG. 8.

Figura 8 – Rotas sem a utilização do PRVC.



Fonte: O Autor (2014).

Dessa forma, as rotas seriam as seguintes:

- ROTA 1: 1 → 3 → 18 → 22 → 14 → 13 → 1;
- ROTA 2: 1 → 21 → 6 → 16 → 10 → 9 → 12 → 7 → 25 → 1.

A distância total percorrida pelo veículo na ROTA 1 é de 210 quilômetros e 270 pelo veículo da ROTA 2, totalizando 480 quilômetros rodados pelos dois veículos, gerando um custo de transporte de R\$ 960,00.

Outro ponto relevante é a capacidade do veículo ocupada, que no veículo da ROTA 1 foi de 89 unidades, enquanto que no veículo da ROTA 2 a sua capacidade foi ultrapassada, pois foram alocadas 109 unidades.

Considerando os resultados do GUSEK, a partir da implementação do modelo matemático e dos dados da adaptação da instância An32-k5, pode-se ler na FIG. 9, na linha 1 e na coluna *Activity*, o custo total das duas rotas geradas, que foi de R\$ 990,00:

Figura 9 – Saída do GUSEK para custo total e obediência a restrição de um veículo a cada cliente.

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	cost	990		
2	rest01[2]	1	1	=
3	rest01[3]	1	1	=
4	rest01[4]	1	1	=
5	rest01[5]	1	1	=
6	rest01[6]	1	1	=
7	rest01[7]	1	1	=
8	rest01[8]	1	1	=
9	rest01[9]	1	1	=
10	rest01[10]	1	1	=
11	rest01[11]	1	1	=
12	rest01[12]	1	1	=
13	rest01[13]	1	1	=
14	rest01[14]	1	1	=

Fonte: O Autor (2014).

Pode se perceber também, na FIG. 9, a obediência a restrição, denominada *rest01*, que define que cada nó caracterizado como cliente deve ser visitado por um único veículo. Os valores entre colchetes, nas linhas de 2 a 14, representam os nós de 2 a 14, portanto clientes. A coluna *Lower bound* representa o limite inferior que a linha pode assumir na coluna *Activity*, e a coluna *Upper bound* representa o limite superior.

Figura 10 – Saída do GUSEK para obediência a capacidade de carga do veículo.

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
100	rest04[1]	98		100
101	rest04[2]	100		100

Fonte: O Autor (2014).

Na FIG. 10, nota-se a observância à restrição do modelo que determina que a capacidade do veículo não pode ser excedida. A coluna *Upper bound* representa o limite superior que a linha pode assumir na coluna *Activity*. A capacidade máxima dos dois veículos da adaptação da instância An32-k5 é de 100 unidades, portanto o limite superior é 100 unidades. Em um dos veículos, representado pela linha 100, a capacidade utilizada foi de 98 unidades, já no outro veículo toda a sua capacidade foi ocupada.

Na FIG. 11, pode-se visualizar parte da seção do relatório do GUSEK que retrata a formação das rotas para os dois veículos do cenário adotado. Por exemplo, a linha 1 está apresentado o seguinte: $x[1,2,1]$. Isto explica que: o arco que se forma entre o nó 1 e o nó 2 foi visitado pelo veículo 1. Caso seja verdadeiro, a cobertura do arco aconteceu na solução ótima e foi realizada pelo veículo 1, a variável recebe o valor 1, caso contrário o valor 0. Para este arco formado entre os nós 1 e 4, havia da mesma forma que para todos os outros arcos, a possibilidade de cobertura por dois veículos distintos, gerando duas variáveis: $x[1,4,1]$ e $x[1,4,2]$. No processamento o GLPK encontrou que, na solução ótima, estaria incluso o arco entre os dois nós e que a cobertura do arco seria realizada pelo veículo 1.

Figura 11 – Saída do GUSEK para determinação de rotas.

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	$x[1,2,1]$	*	0	1
2	$x[1,2,2]$	*	0	1
3	$x[1,3,1]$	*	0	1
4	$x[1,3,2]$	*	0	1
5	$x[1,4,1]$	*	1	1
6	$x[1,4,2]$	*	0	1
7	$x[1,5,1]$	*	0	1
8	$x[1,5,2]$	*	0	1
9	$x[1,6,1]$	*	0	1
10	$x[1,6,2]$	*	0	1
11	$x[1,7,1]$	*	0	1
12	$x[1,7,2]$	*	0	1
13	$x[1,8,1]$	*	0	1
14	$x[1,8,2]$	*	1	1
15	$x[1,9,1]$	*	0	1
16	$x[1,9,2]$	*	0	1
17	$x[1,10,1]$	*	0	1
18	$x[1,10,2]$	*	0	1
19	$x[1,11,1]$	*	0	1
20	$x[1,11,2]$	*	0	1
21	$x[1,12,1]$	*	0	1
22	$x[1,12,2]$	*	0	1

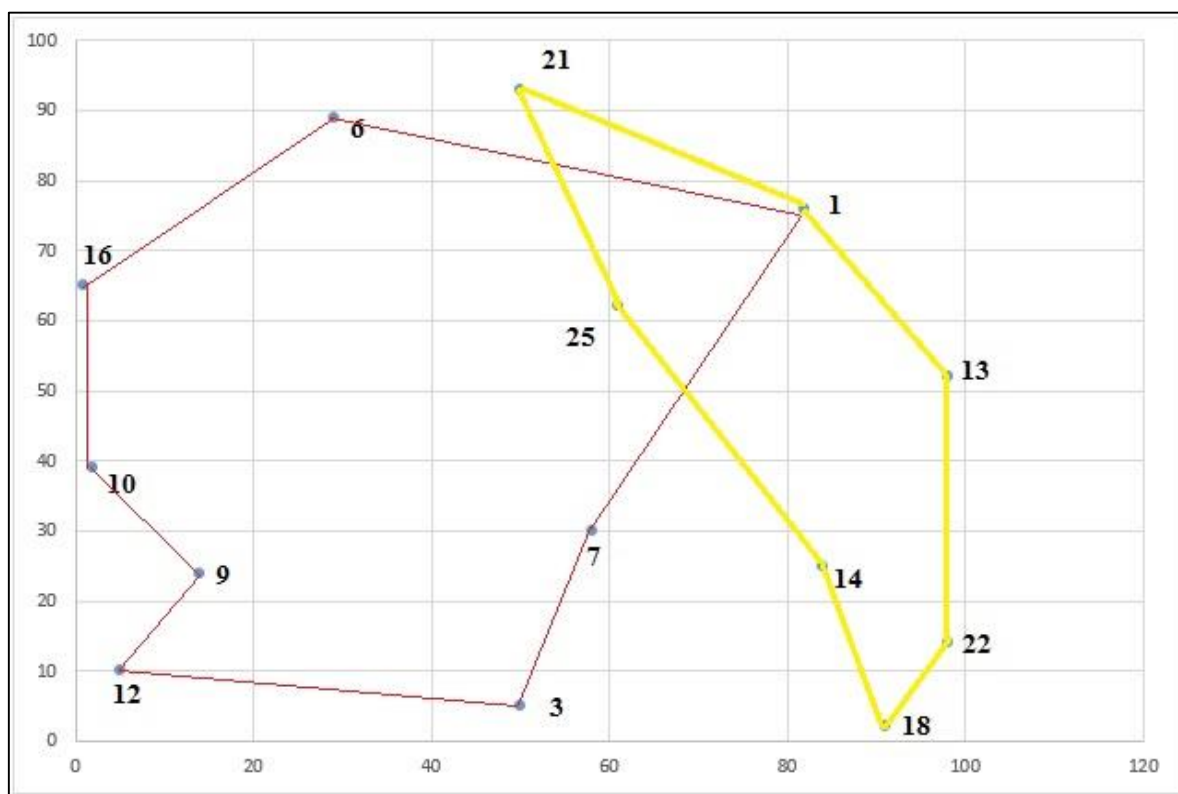
Fonte: O Autor (2014).

Após a leitura de todo relatório pode-se identificar qual a solução encontrada pelo GLPK. As rotas geradas por ele foram as seguintes:

- ROTA 1: 1 → 7 → 3 → 12 → 9 → 10 → 16 → 6 → 1;
- ROTA 2: 1 → 13 → 22 → 18 → 14 → 25 → 21 → 1.

Esta solução é apresentada na FIG.12. O veículo na ROTA 1 deverá percorrer uma distância igual a 277 quilômetros e o veículo na ROTA 2 uma distância igual a 218 quilômetros de extensão. Totalizando uma distância de 495 quilômetros para as duas rotas.

Figura 12 – Rotas com utilização do PRVC.



Fonte: O Autor (2014).

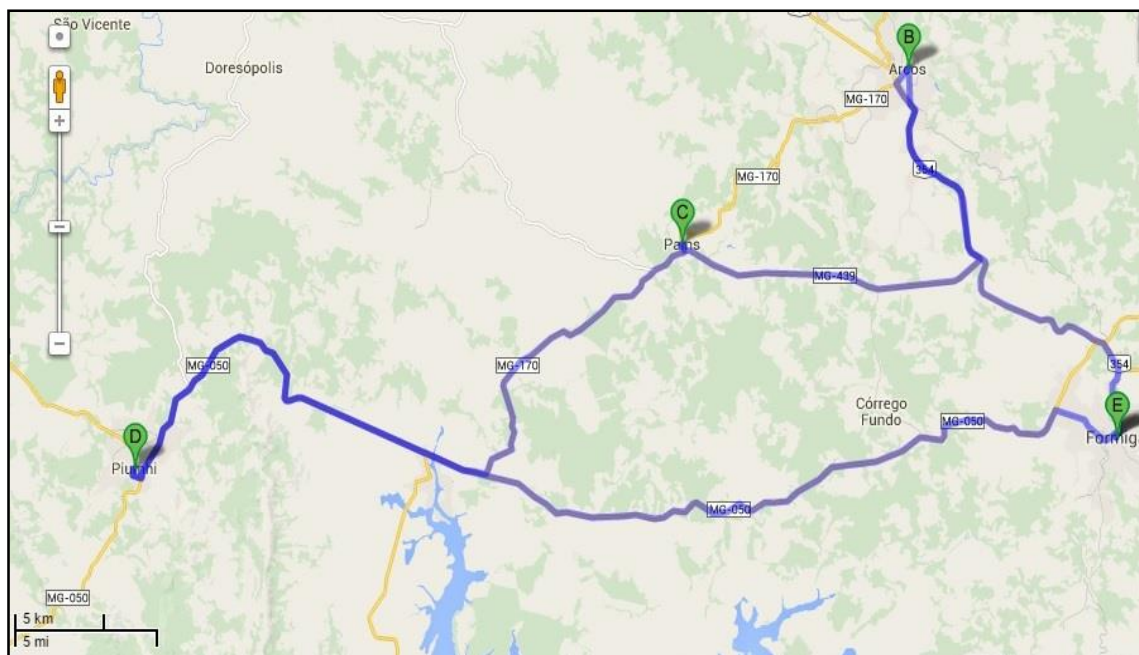
Realizando um comparativo entre as duas roteirizações, sem a utilização do PRVC e com a utilização do PRVC, pode-se chegar as seguintes conclusões:

- O total de quilômetros rodados com a utilização do PRVC teve um aumento de 3,125 %;
- Nos dois veículos, com a utilização do PRVC, não houve sobrecarga, já que o veículo 1 teve uma ocupação de 98 unidades e 100 unidades o veículo 2, dentro do limite de carga estabelecido para ambos que é de 100 unidades.

No cenário hipotético criado, implementou-se os dados do cenário na interface GUSEK, utilizada anteriormente para a Adaptação da instância An32-k5. O Anexo D, apresenta o arquivo .DAT criado para a resolução pelo GUSEK. No arquivo .DAT, a representação dos pontos das cidades está descrita de 1 a 10, o que pode ser percebido na coluna e na linha *Identificação* na TAB. 3, na Seção 4.1.

Após o GUSEK ter realizado o processamento das informações fornecidas e tomando por base o modelo matemático do PRVC, apresentado na seção 3.9, e transformado na linguagem do GUSEK, conforme apresentado no Anexo A, as rotas para os dois veículos foram as seguintes: Formiga → Arcos → Pains → Pimhui → Formiga. A rota resultante é apresentada na FIG. 13.

Figura 13 – Rota 1 para o cenário hipotético.



Fonte: *Google Maps* (2014).

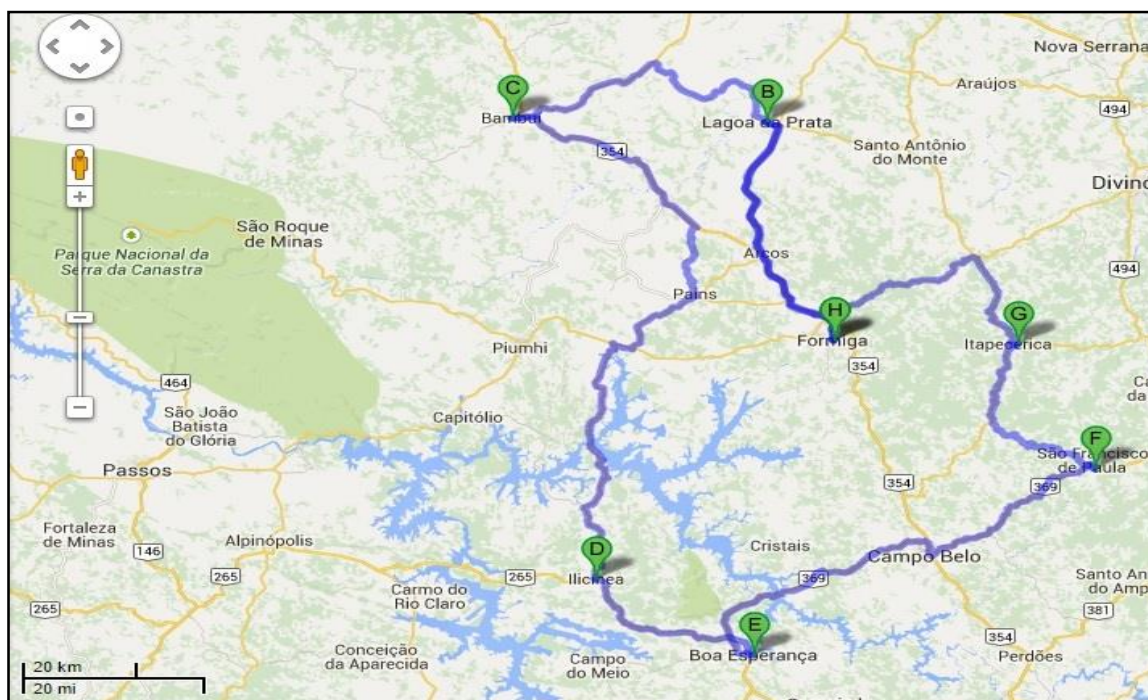
Precisa-se ressaltar, que a rota que aparece na FIG. 13 foi fornecida como solução pelo GUSEK de acordo com o modelo proposto, no entanto, para fins de ilustração utilizou-se o *Google Maps* para a demonstração das rotas. As cidades foram inseridas conforme a rota citada acima, dessa forma o ponto A representa o município de Formiga, o ponto B ao município de Arcos, o ponto C o município de Pains, o ponto D o município de Pimhui e, fechando a rota, o ponto E o município de Formiga. Os pontos A e E se sobrepõe, por isso aparece apenas a vogal E no mapa. Nesta rota o veículo percorreria

uma distância de aproximadamente 175 quilômetros e haveria um custo de viagem de algo em torno de R\$ 350,00, já que cada quilômetro percorrido custa R\$ 2,00.

Em relação a ligação entre os municípios de Arcos e Pains, embora no mapa apareça a MG 170, como opção entre os dois municípios, com menor distância, não é viável a sua utilização, devido ao fato de boa parte do mesmo não ser pavimentada. Dificultando, dessa forma, a utilização do caminho para o transporte de cargas, devido os problemas que podem ser encontrados pelo veículo, como atoleiros, buracos, animais, entre outros.

- ROTA 2: Formiga → Lagoa da Prata → Bambuí → Ilícinea → Boa Esperança → São Francisco de Paula → Itapeçerica → Formiga.

Figura 14 – Rota 2 para o cenário hipotético.



Fonte: *Google Maps* (2014).

Esta rota, apresentada pela FIG. 14, teria uma distância de aproximadamente 558 quilômetros e um custo aproximado de de R\$ 1116,00, baseando-se que cada quilômetro rodado gera um custo de R\$ 2,00. Da mesma forma que a rota anterior, a rota foi gerada pelo GUSEK e para fins de ilustração utilizou-se o *Google Maps* para demonstração da mesma. O ponto A representa o município de Formiga, o ponto B o município de Lagoa

da Prata, o ponto C o município de Bambuí, o ponto D o município de Ilícinea, o ponto E o município de Boa Esperança, o ponto F o município de São Francisco de Paula, o ponto G o município de Itapecerica e, finalmente o ponto H o município de Formiga. Os pontos A e H se sobrepõem, por isso no mapa aparece apenas a vogal A.

Na formação das rotas mencionadas, o modelo matemático do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) não considera nenhuma outra variável que não seja a demanda de cada cliente, a distância do depósito aos clientes e dos clientes entre si, a capacidade de carga dos veículos, o número de clientes e o número de veículos disponíveis. Portanto, variáveis como tempo de viagem, tempo de descarregamento, paradas e outras não foram consideradas. Busca-se com o modelo proposto, apenas, a melhor alocação de todos os pedidos nos veículos disponíveis de forma a não exceder ao limite de carga dos mesmos, ao passo que se percorre a menor quilometragem possível.

6 CONCLUSÃO

Percebe-se o quanto o transporte rodoviário representa na matriz de transporte brasileira. Dessa forma, métodos para a redução de custos e otimização dos recursos disponíveis são de extrema importância, tendo em vista a grande quantidade de custos envolvidos no modal, tanto fixos quanto variáveis.

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC) se apresenta como uma técnica valiosa para a redução desses custos, embora seja uma das abordagens mais simples para a roteirização de veículos, serve como uma forma de iniciação no assunto e demonstração simples de resultados a partir da roteirização de veículos.

Os parâmetros necessários ao modelo são de fácil obtenção, já que são eles a quantidade de clientes a ser atendida, a demanda de cada cliente, as distâncias entre os clientes e o depósito e dos clientes entre si, a capacidade de carga dos veículos disponíveis e o custo de transporte por quilômetro percorrido.

O PRVC possui natureza combinatória e, portanto, o esforço computacional necessário aumenta exponencialmente com o aumento do número de nós. Por isso, a utilização da Programação Linear Inteira (PLI), que busca soluções exatas, configura uma desvantagem, haja vista que as instâncias tratadas com este método não são capazes de representar a realidade. Outros métodos, como heurísticas e meta-heurísticas, podem ser mais indicadas para aplicação em situações reais, mesmo não sendo exatas, pois geram soluções com boa qualidade e aplicabilidade e bem próximas da exatidão.

Mesmo com as limitações da Programação Linear Inteira na resolução do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados, pôde-se perceber o quanto a roteirização é potencialmente viável na redução, principalmente, dos custos variáveis do transporte rodoviário como o desgaste do veículo que está com sobrecarga, que gera maiores gastos com manutenção e troca de veículos, e, o custo de veículos com carga inferior a sua capacidade.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. C. B.; MENEZES, M. A. F. de, ZIMMERMANN, F. J. P. **Pesquisa Operacional: Um texto essencial para Engenharias, Computação e Ciências Econômicas.** 2006. 241 p. Disponível em <
http://www.inf.ufpr.br/ess07/Meus_Programas/PO/livro/00_CapaSum.pdf > Acesso em:
10 mar. 2014.

ARAÚJO, R. R. de. **Uma abordagem de resolução integrada para os problemas de roteirização e carregamento de veículos.** 2010. 173 p. Tese de Doutorado (Programa de Pós- Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ARNOLD, J. R. T. **Administração de materiais: Uma introdução.**1ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2000.

AUGERAT, P.*et al.* **Resultados Computacionais com um Ramo e Corte de Código para o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados.** Relatório de Pesquisa 949-M – Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 2000.

AZEVEDO, N. C. de; SILVA, A. P. F. da; SOUZA, E. X. de. Mensuração e utilização de informações de custos no setor de transporte rodoviário de carga: num estudo realizado em empresas da região metropolitana de Recife. In: CONGRESSO VIRTUAL BRASILEIRO DE ADMINISTRAÇÃO, 6., 2009. Disponível em
<<http://www.convibra.com.br/artigo.asp?ev=20&p=&lang=pt&id=2272>>.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos/ Logística empresarial.** 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BARCELOS, B. O.; EVANGELISTA, M. L. S.; SEGATTO, S. S. A importância e a aplicação da Pesquisa Operacional nos cursos de graduação em administração. **RACE, Unoesc**, Santa Catarina, n. 2, p. 381- 406, jul./dez. 2012.

BASSI, S. **Pesquisa operacional aplicada à área de logística de transportes rodoviários em projetos de grande porte.** 2009. 213 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

BASTOS, I. D. **Avaliação do Desempenho Logístico do Serviço de Transporte Rodoviário de Cargas – um Estudo de Caso no setor de revestimentos cerâmicos.**

2003. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis. 168p.

BELFIORE, P. P. **Scatter Search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas.** Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. L. Problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas: revisão da literatura. In: Simpósio Engenharia de Produção, 13., 2006, Bauru. **Anais eletrônicos...** Bauru: SIMPEP, 2006. Disponível em <http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.theses.usp.br%2Ftheses%2Fdi-sponiveis%2F3%2F3136%2Ftde-05092006-145756%2Fpublico%2FTesePatriciaPradoBelfiore.pdf&ei=gxBRVMT7K-TYmgX2ooCIBg&usg=AFQjCNF5R352_ZRiyZYshzxZqwCuzcAv2w&bvm=bv.78597519,d.dGY>

BITTENCOURT, G. C. et al. Problema de roteamento de veículos capacitados (PRVC): Solução manual x Busca dispersa. In: CONGRESSO LATINO-IBEROAMERICANO DE INVESTIGACION OPERATIVA/ SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, XLIV, 2012, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos...** Rio de Janeiro: CLAIO/ SBPO, 2012. Disponível em <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2012/pdf/arq0330.pdf>> Acesso em: 05 fev. 2014.

BODIN, L. D.; GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A.; BALL, M. O. Routing and scheduling of vehicle and crews: the state of the art. **Computer & Operations Research**, 1983, v. 10, n. 2, p. 63 – 211.

BRASIL. Ministério dos Transportes. **Projeto de reavaliação de estimativas e metas do Plano Nacional de Logística e Transportes (PNLT).** Brasília, DF, 2012.

CACCIARI, G. **Análise comparativa do desempenho de metaheurísticas aplicadas à resolução de uma aplicação real envolvendo o problema do caixeiro viajante.** 2007. 61 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) - Universidade do Vale do Itajaí, São José, 2007.

CHOPRA, S.; MEINDL, P. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: estratégia, planejamento e operações.** São Paulo: Prentice Hall, 2003.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas.** 1ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CUNHA, B. da C.; BONASSER, U. de O.; ABRHÃO, F. T. M. Experimentos computacionais com heurísticas de melhorias para o Problema do Caixeiro Viajante. In: XVI Congresso da Anpet – Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes. **Anais...** Natal: Congresso da Anpet, 2002.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H.. The truck disptching problem. **Management Science**. Hanover, p. 80-91. ago. 1959.

DIAS, M. A. P. **Logística, transporte e infraestrutura: armazenagem, operador logístico, gestão via TI, multimodal**. 1ª ed. São Paulo: Atlas, 2012.

DORNIER, Philippe-Pierre et. al. **Logística e Operações Globais: Texto e Casos**. 1. Ed. 2000; 6. reimpr. 2007. São Paulo: Atlas, 2007.

FIGUEIREDO, K.; ARKADER, R. **Da distribuição física ao Supply Chain Management: O pensamento, o ensino e a necessidade de capacitação logística**. Disponível em: <
http://www.rslima.unifei.edu.br/download1/Adm09/98_Ago_Kleber%20e%20Rebecca_Da%20Distribuicao%20Fisica%20ao%20Supply%20Chain%20Management.pdf>
Acesso em: 6 mar. 2014.

GAIVÉO, P. M. S. **Otimização logística e a integração vertical de processos produtivos: Estudo de caso - Continental Teves Portugal**. 2013. 65 p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ciências Empresariais - Ramo Logística) - Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal, 2013.

GUIMARÃES, T. A. **Uma Abordagem Heurística para a Resolução do Problema do Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Tridimensionais de Carregamento**. 2011. 94 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

IZQUIERDO, V. B. **Uma proposta de especificação formal e fundamentação teórica para Simulated Annealing**. 2000. 150 p. Dissertação de Mestrado (Ciência da Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

JÚNIOR, E. F. F.; OLIVEIRA, H. C. B. de. Adaptação da meta- heurística Grasp na resolução do problema de roteamento de veículos com janela de tempo. **PODes: Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, Rio de Janeiro, v.4, n.3, p. 271-287, set-dez. 2012.

KLANN, R. et al. Utilização da programação linear na otimização de resultados de uma empresa do ramo de transporte rodoviário de cargas. **Associação Brasileira de Custos**, Santa Catarina, v. 5, n. 1, p. 1-23, jan- abr 2010.

LATCHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel**. 3 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

MASIERO, L. S. **Proposta de dimensionamento de frota para uma transportadora**. 2008. 103 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MEDEIROS, W. J. N. **Abordagem heurística paralelizada para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados com base na estratégia “cluster first route second”**. 2011. 60 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

MIURA, M.; CUNHA, C. B. de. Modelagem heurística no problema de distribuição de cargas fracionadas de cimento. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DO TRANSPORTE. **Transporte em transformação XII: Vencedores do prêmio CNT de Produção Acadêmica 2007**. Brasília: Positiva, 2008. P. 63-82.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

NASCIMENTO, I. Z. do. **Abordagens determinística e estocástica para o problema de roteirização de veículos na entrega de refeições**. 98 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

NOVAES, A. G. **Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição - Estratégia, Operação e Avaliação**. 3. ed. revista e atualizada. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

OLIVEIRA, M. B. de; LONGO, O. C. Gestão da cadeia de suprimentos. In: CONGRESSO NACIONAL DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO, 4., 2008, Niterói. **Anais eletrônicos...** Niterói: CNEG, 2008. Disponível em <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.excelenciaemgestao.org%2FPortals%2F2%2Fdocuments%2Fcneg4%2Fanais%2FT7_0071_0132.pdf&ei=sAcPVIClD4WWgWgS-gYGgBg&usq=AFQjCNEuqf1IqlHokXPAYJ0txerNLtWpfg> Acesso em: 06 mar. 2014.

PACHECO, T. M. **Uso e benefícios da roteirização na gestão de transportes**. 2009. 48 p. Monografia (Especialização em Logística Empresarial) - Universidade Candido Mendes, Rio de Janeiro, 2009.

PADULA, R. **Transportes: Fundamentos e propostas para o Brasil**. 1. ed. Brasília: Confea, 2008.

PAULA, M. A. A. F de. **Estudo de roteirização de veículos empregando o Transcad – Contribuição para a distribuição urbana de cargas**. 2009. 104 p. Dissertação de Mestrado (Engenharia de Transportes) – Universidade Federal de Uberlândia.

PEREIRA, L. G. **Simulação estocástico e métodos heurísticos paralelizados para a resolução de problema de roteamento de veículos capacitados com base na estratégia “cluster first route second”**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

PRESTES, A. P. **Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante**. 2006.85 p. Dissertação de Mestrado (Sistemas e Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

RAPHAEL, J. R. **Análise Comparativa de Soluções para o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado**. 2011. 57 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados, 2011.

SAKAGUTI, F. Y. **Otimização do processo de *picking* de um centro de distribuição através da programação dinâmica**. 2007. 86 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SILVA, G. L. da. **Uma nova abordagem para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais**. 2010. 80 p. Tese (Doutorado em Transportes) - Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

SLACK, N. et al. **Administração da Produção**. 1 ed. São Paulo. Atlas, 1997.

SOUZA, Celso Correia de et al. Utilização dos algoritmos genéticos como ferramenta de otimização em problemas de roteirização. **FACEF Pesquisa: Desenvolvimento e Gestão**, São Paulo, n. 3, p.285- 297, set/ out/ nov/ dez 2012.

STAGGEMEIER, A. T. *et al.* Trabalho colaborativo para a resolução de problemas de otimização combinatória. 2000. 8 p. In: XXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. **Anais eletrônicos...** Salvador: XXI ENEGEP, 2000. Disponível em <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2000_e0190.pdf> Acesso em 26 de out. 2014.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. 8ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TAKAHASHI, S. **Avaliação ambiental do setor de transporte de cargas: Comparação de métodos**. 2008. 89 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

TAUFER, F. S. G.; PEREIRA, E. C. Aplicação do Problema do Caixeiro Viajante na otimização de roteiros. In: XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. **Anais..** Belo Horizonte: XXXI ENEGEP, 2011.

TOTH, P.; VIGO, D. **The Vehicle Routing Problem**. SIAM: Philadelphia, 2002.

VIANA, J. J. **Administração de materiais: Um enfoque prático**. 1ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2000.

ANEXO A – Apresentação arquivo .mod utilizado para a resolução do PRVC proposto

```

# O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS - PRVC
#
# Este problema encontra o custo mínimo de transporte de produtos levando
em consideração
# o número de unidades de transporte disponíveis e a demanda de cada
ponto de recebimento
#
param n, integer;
/* número de cidades */
param nK, integer;
/* quantidade de caminhões */
set CIDADES := 1..n;
/* conjunto de cidades + depósito */
set ARCOS := {i in CIDADES, j in CIDADES: i <> j};
/* conjunto de arcos do circuito */
set E, within CIDADES cross CIDADES;
/* conjunto de arcos */
set K := 1..nK;
/* conjunto de caminhões */
param d{(i,j) in E};
/* distância da cidade i para a cidade j */
param f;
/* frete em reais por produto por quilômetro */
param q;
/* capacidade de cada caminhão */
param c{(i,j) in E} := f * d[i,j];
/* custo de transporte em reais por produto */
param a{i in CIDADES};
/* demanda de cada cidade */
var x{(i,j) in ARCOS, k in K}, >= 0, binary;
/* indica o caminhão k que irá da cidade i para a cidade j */
var y{i in CIDADES, k in K}, >= 0, binary;
/* indica que a cidade i deve ser visitada por um caminhão k */

```

```

var u{i in CIDADES}, >= 0, integer;

/* variável para a solução do problema de subcircuitos segundo o modelo
Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) */

Ref: PATAKI, G. Teaching integer programming formulations using the
travelling salesman problem. SIAM Review (2003), pp. 116-123. */

/* FUNÇÃO OBJETIVO*/
minimize cost: sum{(i,j) in E} c[i,j] * sum{k in K} x[i,j,k];

/* custo de transporte total em reais */

/*RESTRIÇÕES*/
s.t. rest01{i in CIDADES: i >= 2}: sum{k in K} y[i,k] = 1;
/* cada cidade é visitada apenas por um caminhão */
s.t. rest02: sum{k in K} y[1,k] = nK;
/* os K caminhões devem sair do depósito */
s.t. rest03a{i in CIDADES, k in K}: sum{j in CIDADES: i <> j} x[i,j,k]
= y[i,k];
s.t. rest03b{i in CIDADES, k in K}: sum{j in CIDADES: i <> j} x[j,i,k]
= y[i,k];
s.t. rest03c{i in CIDADES, k in K}: sum{j in CIDADES: i <> j} x[i,j,k]
= sum{j in CIDADES: i <> j} x[j,i,k];
/* o mesmo caminhão k deve entrar e sair de uma determinada cidade i */
s.t. rest04{k in K}: sum{i in CIDADES: i >= 2} a[i] * y[i,k] <= q;
/* a carga do caminhão k não pode ultrapassar a sua capacidade */
/* restrições de eliminação de subcircuitos segundo o modelo MTZ
Ref: PATAKI, G. Teaching integer programming formulations using the
travelling salesman problem. SIAM Review (2003), pp. 116-123. */
s.t. rest05a: u[1] = 1;
s.t. rest05b{i in CIDADES: i >= 2}: u[i] <= n;
s.t. rest05c{k in K, (i,j) in ARCOS: i <> j and i >= 2 and j >= 2}: u[i]
- u[j] + 1 <= (n - 1) * (1 - x[i,j,k]);
/*-----*/
solve;
printf "Solving";
end;

```

ANEXO B – Apresentação arquivo .dat utilizado para a resolução do PRVC proposto

```
## CONJUNTO DE DADOS ##
```

```
data;
```

```
param nK := 2;
```

```
/* quantidade de caminhões */
```

```
param q := 100;
```

```
/* capacidade máxima de cada caminhão */
```

```
param f := 2;
```

```
/* valor do frete em reais por produto por Km*/
```

```
param n := 14;
```

```
/* quantidade de cidades (nós)*/
```

```
param a /* Demanda de cada nó*/
```

```
:=
```

```
1 0
```

```
2 21
```

```
3 7
```

```
4 12
```

```
5 6
```

```
6 16
```

```
7 14
```

```
8 21
```

```
9 16
```

```
10 22
```

```
11 19
```

```
12 8
```

```
13 12
```

```
14 24
```

```
;
```

```
/*Todas as combinações possíveis de ligação entre os nós e respectivas distâncias*/
```

param : E : d :=

1	2	78
1	3	55
1	4	52
1	5	86
1	6	88
1	7	101
1	8	29
1	9	51
1	10	82
1	11	75
1	12	36
1	13	64
1	14	25
2	1	78
2	3	87
2	4	26
2	5	41
2	6	59
2	7	45
2	8	67
2	9	39
2	10	77
2	11	41
2	12	88
2	13	49
2	14	58
3	1	55
3	2	87
3	4	66
3	5	67
3	6	57
3	7	83
3	8	78
3	9	84
3	10	37

3	11	107
3	12	21
3	13	102
3	14	42
4	1	52
4	2	26
4	3	66
4	5	44
4	6	57
4	7	57
4	8	46
4	9	26
4	10	67
4	11	43
4	12	64
4	13	43
4	14	32
5	1	86
5	2	41
5	3	67
5	4	44
5	6	19
5	7	17
5	8	89
5	9	70
5	10	43
5	11	80
5	12	78
5	13	85
5	14	60
6	1	88
6	2	59
6	3	57
6	4	57
6	5	19
6	7	29

6	8	97
6	9	83
6	10	26
6	11	96
6	12	72
6	13	99
6	14	63
7	1	101
7	2	45
7	3	83
7	4	57
7	5	17
7	6	29
7	8	102
7	9	80
7	10	55
7	11	86
7	12	94
7	13	93
7	14	76
8	1	29
8	2	67
8	3	78
8	4	46
8	5	89
8	6	97
8	7	102
8	9	30
8	10	98
8	11	50
8	12	63
8	13	38
8	14	38
9	1	51
9	2	39
9	3	84

9	4	26
9	5	70
9	6	83
9	7	80
9	8	30
9	10	92
9	11	24
9	12	76
9	13	18
9	14	44
10	1	82
10	2	77
10	3	37
10	4	67
10	5	43
10	6	26
10	7	55
10	8	98
10	9	92
10	11	110
10	12	56
10	13	110
10	14	60
10	15	33
10	16	80
10	17	55
10	18	20
11	1	75
11	2	41
11	3	107
11	4	43
11	5	80
11	6	96
11	7	86
11	8	50
11	9	24

11 10 110
11 12 100
11 13 14
11 14 67
12 1 36
12 2 88
12 3 21
12 4 64
12 5 78
12 6 72
12 7 94
12 8 63
12 9 76
12 10 56
12 11 100
12 13 92
12 14 33
13 1 64
13 2 49
13 3 102
13 4 43
13 5 85
13 6 99
13 7 93
13 8 38
13 9 18
13 10 110
13 11 14
13 12 92
13 14 61
14 1 25
14 2 58
14 3 42
14 4 32
14 5 60
14 6 63

```
14 7 76
14 8 38
14 9 44
14 10 60
14 11 67
14 12 33
14 13 61
;
end;
```

ANEXO C – Apresentação arquivo .out utilizado para a resolução do PRVC proposto

Problem: An32
 Rows: 427
 Columns: 406 (406 integer, 392 binary)
 Non-zeros: 2880
 Status: INTEGER OPTIMAL
 Objective: cost = 990 (MINimum)

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	cost	990		
2	rest01[2]	1	1	=
3	rest01[3]	1	1	=
4	rest01[4]	1	1	=
5	rest01[5]	1	1	=
6	rest01[6]	1	1	=
7	rest01[7]	1	1	=
8	rest01[8]	1	1	=
9	rest01[9]	1	1	=
10	rest01[10]	1	1	=
11	rest01[11]	1	1	=
12	rest01[12]	1	1	=
13	rest01[13]	1	1	=
14	rest01[14]	1	1	=
15	rest02	2	2	=
16	rest03a[1,1]	0	-0	=
17	rest03a[1,2]	0	-0	=
18	rest03a[2,1]	0	-0	=
19	rest03a[2,2]	0	-0	=
20	rest03a[3,1]	0	-0	=
21	rest03a[3,2]	0	-0	=
22	rest03a[4,1]	0	-0	=
23	rest03a[4,2]	0	-0	=
24	rest03a[5,1]	0	-0	=

25	rest03a[5,2]	0	-0	=
26	rest03a[6,1]	0	-0	=
27	rest03a[6,2]	0	-0	=
28	rest03a[7,1]	0	-0	=
29	rest03a[7,2]	0	-0	=
30	rest03a[8,1]	0	-0	=
31	rest03a[8,2]	0	-0	=
32	rest03a[9,1]	0	-0	=
33	rest03a[9,2]	0	-0	=
34	rest03a[10,1]			
		0	-0	=
35	rest03a[10,2]			
		0	-0	=
36	rest03a[11,1]			
		0	-0	=
37	rest03a[11,2]			
		0	-0	=
38	rest03a[12,1]			
		0	-0	=
39	rest03a[12,2]			
		0	-0	=
40	rest03a[13,1]			
		0	-0	=
41	rest03a[13,2]			
		0	-0	=
42	rest03a[14,1]			
		0	-0	=
43	rest03a[14,2]			
		0	-0	=
44	rest03b[1,1]	0	-0	=
45	rest03b[1,2]	0	-0	=
46	rest03b[2,1]	0	-0	=
47	rest03b[2,2]	0	-0	=
48	rest03b[3,1]	0	-0	=
49	rest03b[3,2]	0	-0	=
50	rest03b[4,1]	0	-0	=

51 rest03b[4,2]	0	-0	=
52 rest03b[5,1]	0	-0	=
53 rest03b[5,2]	0	-0	=
54 rest03b[6,1]	0	-0	=
55 rest03b[6,2]	0	-0	=
56 rest03b[7,1]	0	-0	=
57 rest03b[7,2]	0	-0	=
58 rest03b[8,1]	0	-0	=
59 rest03b[8,2]	0	-0	=
60 rest03b[9,1]	0	-0	=
61 rest03b[9,2]	0	-0	=
62 rest03b[10,1]			
	0	-0	=
63 rest03b[10,2]			
	0	-0	=
64 rest03b[11,1]			
	0	-0	=
65 rest03b[11,2]			
	0	-0	=
66 rest03b[12,1]			
	0	-0	=
67 rest03b[12,2]			
	0	-0	=
68 rest03b[13,1]			
	0	-0	=
69 rest03b[13,2]			
	0	-0	=
70 rest03b[14,1]			
	0	-0	=
71 rest03b[14,2]			
	0	-0	=
72 rest03c[1,1]	0	-0	=
73 rest03c[1,2]	0	-0	=
74 rest03c[2,1]	0	-0	=
75 rest03c[2,2]	0	-0	=
76 rest03c[3,1]	0	-0	=

77	rest03c[3,2]	0	-0	=
78	rest03c[4,1]	0	-0	=
79	rest03c[4,2]	0	-0	=
80	rest03c[5,1]	0	-0	=
81	rest03c[5,2]	0	-0	=
82	rest03c[6,1]	0	-0	=
83	rest03c[6,2]	0	-0	=
84	rest03c[7,1]	0	-0	=
85	rest03c[7,2]	0	-0	=
86	rest03c[8,1]	0	-0	=
87	rest03c[8,2]	0	-0	=
88	rest03c[9,1]	0	-0	=
89	rest03c[9,2]	0	-0	=
90	rest03c[10,1]	0	-0	=
91	rest03c[10,2]	0	-0	=
92	rest03c[11,1]	0	-0	=
93	rest03c[11,2]	0	-0	=
94	rest03c[12,1]	0	-0	=
95	rest03c[12,2]	0	-0	=
96	rest03c[13,1]	0	-0	=
97	rest03c[13,2]	0	-0	=
98	rest03c[14,1]	0	-0	=
99	rest03c[14,2]	0	-0	=
100	rest04[1]	98		100
101	rest04[2]	100		100
102	rest05a	1	1	=

103 rest05b[2]	1	14
104 rest05b[3]	6	14
105 rest05b[4]	0	14
106 rest05b[5]	3	14
107 rest05b[6]	4	14
108 rest05b[7]	2	14
109 rest05b[8]	7	14
110 rest05b[9]	10	14
111 rest05b[10]	5	14
112 rest05b[11]	9	14
113 rest05b[12]	12	14
114 rest05b[13]	8	14
115 rest05b[14]	11	14
116 rest05c[1,2,3]		
	-5	12
117 rest05c[1,2,4]		
	1	12
118 rest05c[1,2,5]		
	-2	12
119 rest05c[1,2,6]		
	-3	12
120 rest05c[1,2,7]		
	12	12
121 rest05c[1,2,8]		
	-6	12
122 rest05c[1,2,9]		
	-9	12
123 rest05c[1,2,10]		
	-4	12
124 rest05c[1,2,11]		
	-8	12
125 rest05c[1,2,12]		
	-11	12
126 rest05c[1,2,13]		
	-7	12
127 rest05c[1,2,14]		

	-10	12
128 rest05c[1,3,2]		
	5	12
129 rest05c[1,3,4]		
	6	12
130 rest05c[1,3,5]		
	3	12
131 rest05c[1,3,6]		
	2	12
132 rest05c[1,3,7]		
	4	12
133 rest05c[1,3,8]		
	-1	12
134 rest05c[1,3,9]		
	-4	12
135 rest05c[1,3,10]		
	1	12
136 rest05c[1,3,11]		
	-3	12
137 rest05c[1,3,12]		
	-6	12
138 rest05c[1,3,13]		
	-2	12
139 rest05c[1,3,14]		
	-5	12
140 rest05c[1,4,2]		
12	12	
141 rest05c[1,4,3]		
	-6	12
142 rest05c[1,4,5]		
	-3	12
143 rest05c[1,4,6]		
	-4	12
144 rest05c[1,4,7]		
	-2	12
145 rest05c[1,4,8]		

	-7	12
146 rest05c[1,4,9]		
	-10	12
147 rest05c[1,4,10]		
	-5	12
148 rest05c[1,4,11]		
	-9	12
149 rest05c[1,4,12]		
	-12	12
150 rest05c[1,4,13]		
	-8	12
151 rest05c[1,4,14]		
	-11	12
152 rest05c[1,5,2]		
	2	12
153 rest05c[1,5,3]		
	-3	12
154 rest05c[1,5,4]		
	3	12
155 rest05c[1,5,6]		
	12	12
156 rest05c[1,5,7]		
	1	12
157 rest05c[1,5,8]		
	-4	12
158 rest05c[1,5,9]		
	-7	12
159 rest05c[1,5,10]		
	-2	12
160 rest05c[1,5,11]		
	-6	12
161 rest05c[1,5,12]		
	-9	12
162 rest05c[1,5,13]		
	-5	12
163 rest05c[1,5,14]		

	-8	12
164 rest05c[1,6,2]		
	3	12
165 rest05c[1,6,3]		
	-2	12
166 rest05c[1,6,4]		
	4	12
167 rest05c[1,6,5]		
	1	12
168 rest05c[1,6,7]		
	2	12
169 rest05c[1,6,8]		
	-3	12
170 rest05c[1,6,9]		
	-6	12
171 rest05c[1,6,10]		
	12	12
172 rest05c[1,6,11]		
	-5	12
173 rest05c[1,6,12]		
	-8	12
174 rest05c[1,6,13]		
	-4	12
175 rest05c[1,6,14]		
	-7	12
176 rest05c[1,7,2]		
	1	12
177 rest05c[1,7,3]		
	-4	12
178 rest05c[1,7,4]		
	2	12
179 rest05c[1,7,5]		
	12	12
180 rest05c[1,7,6]		
	-2	12
181 rest05c[1,7,8]		

	-5	12
182 rest05c[1,7,9]		
	-8	12
183 rest05c[1,7,10]		
	-3	12
184 rest05c[1,7,11]		
	-7	12
185 rest05c[1,7,12]		
	-10	12
186 rest05c[1,7,13]		
	-6	12
187 rest05c[1,7,14]		
	-9	12
188 rest05c[1,8,2]		
	6	12
189 rest05c[1,8,3]		
	1	12
190 rest05c[1,8,4]		
	7	12
191 rest05c[1,8,5]		
	4	12
192 rest05c[1,8,6]		
	3	12
193 rest05c[1,8,7]		
	5	12
194 rest05c[1,8,9]		
	-3	12
195 rest05c[1,8,10]		
	2	12
196 rest05c[1,8,11]		
	-2	12
197 rest05c[1,8,12]		
	-5	12
198 rest05c[1,8,13]		
	-1	12
199 rest05c[1,8,14]		

	-4	12
200 rest05c[1,9,2]		
	9	12
201 rest05c[1,9,3]		
	4	12
202 rest05c[1,9,4]		
	10	12
203 rest05c[1,9,5]		
	7	12
204 rest05c[1,9,6]		
	6	12
205 rest05c[1,9,7]		
	8	12
206 rest05c[1,9,8]		
	3	12
207 rest05c[1,9,10]		
	5	12
208 rest05c[1,9,11]		
	1	12
209 rest05c[1,9,12]		
	-2	12
210 rest05c[1,9,13]		
	2	12
211 rest05c[1,9,14]		
	-1	12
212 rest05c[1,10,2]		
	4	12
213 rest05c[1,10,3]		
	12	12
214 rest05c[1,10,4]		
	5	12
215 rest05c[1,10,5]		
	2	12
216 rest05c[1,10,6]		
	1	12
217 rest05c[1,10,7]		

	3	12
218 rest05c[1,10,8]		
	-2	12
219 rest05c[1,10,9]		
	-5	12
220 rest05c[1,10,11]		
	-4	12
221 rest05c[1,10,12]		
	-7	12
222 rest05c[1,10,13]		
	-3	12
223 rest05c[1,10,14]		
	-6	12
224 rest05c[1,11,2]		
	8	12
225 rest05c[1,11,3]		
	3	12
226 rest05c[1,11,4]		
	9	12
227 rest05c[1,11,5]		
	6	12
228 rest05c[1,11,6]		
	5	12
229 rest05c[1,11,7]		
	7	12
230 rest05c[1,11,8]		
	2	12
231 rest05c[1,11,9]		
	-1	12
232 rest05c[1,11,10]		
	4	12
233 rest05c[1,11,12]		
	-3	12
234 rest05c[1,11,13]		
	1	12
235 rest05c[1,11,14]		

	-2	12
236 rest05c[1,12,2]		
	11	12
237 rest05c[1,12,3]		
	6	12
238 rest05c[1,12,4]		
	12	12
239 rest05c[1,12,5]		
	9	12
240 rest05c[1,12,6]		
	8	12
241 rest05c[1,12,7]		
	10	12
242 rest05c[1,12,8]		
	5	12
243 rest05c[1,12,9]		
	2	12
244 rest05c[1,12,10]		
	7	12
245 rest05c[1,12,11]		
	3	12
246 rest05c[1,12,13]		
	4	12
247 rest05c[1,12,14]		
	1	12
248 rest05c[1,13,2]		
	7	12
249 rest05c[1,13,3]		
	2	12
250 rest05c[1,13,4]		
	8	12
251 rest05c[1,13,5]		
	5	12
252 rest05c[1,13,6]		
	4	12
253 rest05c[1,13,7]		

6		12	
254	rest05c[1,13,8]	1	12
255	rest05c[1,13,9]	-2	12
256	rest05c[1,13,10]	3	12
257	rest05c[1,13,11]	-1	12
258	rest05c[1,13,12]	-4	12
259	rest05c[1,13,14]	-3	12
260	rest05c[1,14,2]	10	12
261	rest05c[1,14,3]	5	12
262	rest05c[1,14,4]	11	12
263	rest05c[1,14,5]	8	12
264	rest05c[1,14,6]	7	12
265	rest05c[1,14,7]	9	12
266	rest05c[1,14,8]	4	12
267	rest05c[1,14,9]	1	12
268	rest05c[1,14,10]	6	12
269	rest05c[1,14,11]	2	12
270	rest05c[1,14,12]	-1	12
271	rest05c[1,14,13]		

	3	12
272 rest05c[2,2,3]		
	-5	12
273 rest05c[2,2,4]		
	1	12
274 rest05c[2,2,5]		
	-2	12
275 rest05c[2,2,6]		
	-3	12
276 rest05c[2,2,7]		
	-1	12
277 rest05c[2,2,8]		
	-6	12
278 rest05c[2,2,9]		
	-9	12
279 rest05c[2,2,10]		
	-4	12
280 rest05c[2,2,11]		
	-8	12
281 rest05c[2,2,12]		
	-11	12
282 rest05c[2,2,13]		
-7	12	
283 rest05c[2,2,14]		
	-10	12
284 rest05c[2,3,2]		
	5	12
285 rest05c[2,3,4]		
	6	12
286 rest05c[2,3,5]		
	3	12
287 rest05c[2,3,6]		
	2	12
288 rest05c[2,3,7]		
	4	12
289 rest05c[2,3,8]		

	-1	12
290 rest05c[2,3,9]		
	-4	12
291 rest05c[2,3,10]		
	1	12
292 rest05c[2,3,11]		
	-3	12
293 rest05c[2,3,12]		
	-6	12
294 rest05c[2,3,13]		
	-2	12
295 rest05c[2,3,14]		
	-5	12
296 rest05c[2,4,2]		
	-1	12
297 rest05c[2,4,3]		
	-6	12
298 rest05c[2,4,5]		
	-3	12
299 rest05c[2,4,6]		
	-4	12
300 rest05c[2,4,7]		
	-2	12
301 rest05c[2,4,8]		
	-7	12
302 rest05c[2,4,9]		
	-10	12
303 rest05c[2,4,10]		
	-5	12
304 rest05c[2,4,11]		
	-9	12
305 rest05c[2,4,12]		
	-12	12
306 rest05c[2,4,13]		
	-8	12
307 rest05c[2,4,14]		

	-11	12
308 rest05c[2,5,2]		
	2	12
309 rest05c[2,5,3]		
	-3	12
310 rest05c[2,5,4]		
	3	12
311 rest05c[2,5,6]		
	-1	12
312 rest05c[2,5,7]		
	1	12
313 rest05c[2,5,8]		
	-4	12
314 rest05c[2,5,9]		
	-7	12
315 rest05c[2,5,10]		
	-2	12
316 rest05c[2,5,11]		
	-6	12
317 rest05c[2,5,12]		
	-9	12
318 rest05c[2,5,13]		
	-5	12
319 rest05c[2,5,14]		
	-8	12
320 rest05c[2,6,2]		
	3	12
321 rest05c[2,6,3]		
	-2	12
322 rest05c[2,6,4]		
	4	12
323 rest05c[2,6,5]		
	1	12
324 rest05c[2,6,7]		
	2	12
325 rest05c[2,6,8]		

	-3	12
326 rest05c[2,6,9]		
	-6	12
327 rest05c[2,6,10]		
	-1	12
328 rest05c[2,6,11]		
	-5	12
329 rest05c[2,6,12]		
-8	12	
330 rest05c[2,6,13]		
	-4	12
331 rest05c[2,6,14]		
	-7	12
332 rest05c[2,7,2]		
	1	12
333 rest05c[2,7,3]		
	-4	12
334 rest05c[2,7,4]		
	2	12
335 rest05c[2,7,5]		
	-1	12
336 rest05c[2,7,6]		
	-2	12
337 rest05c[2,7,8]		
	-5	12
338 rest05c[2,7,9]		
	-8	12
339 rest05c[2,7,10]		
	-3	12
340 rest05c[2,7,11]		
	-7	12
341 rest05c[2,7,12]		
	-10	12
342 rest05c[2,7,13]		
	-6	12
343 rest05c[2,7,14]		

		-9	12
344	rest05c[2,8,2]		
		6	12
345	rest05c[2,8,3]		
		1	12
346	rest05c[2,8,4]		
7		12	
347	rest05c[2,8,5]		
		4	12
348	rest05c[2,8,6]		
		3	12
349	rest05c[2,8,7]		
		5	12
350	rest05c[2,8,9]		
		-3	12
351	rest05c[2,8,10]		
		2	12
352	rest05c[2,8,11]		
		-2	12
353	rest05c[2,8,12]		
		-5	12
354	rest05c[2,8,13]		
		12	12
355	rest05c[2,8,14]		
		-4	12
356	rest05c[2,9,2]		
		9	12
357	rest05c[2,9,3]		
		4	12
358	rest05c[2,9,4]		
		10	12
359	rest05c[2,9,5]		
		7	12
360	rest05c[2,9,6]		
		6	12
361	rest05c[2,9,7]		

	8	12
362 rest05c[2,9,8]		
	3	12
363 rest05c[2,9,10]		
	5	12
364 rest05c[2,9,11]		
	1	12
365 rest05c[2,9,12]		
-2	12	
366 rest05c[2,9,13]		
	2	12
367 rest05c[2,9,14]		
	12	12
368 rest05c[2,10,2]		
	4	12
369 rest05c[2,10,3]		
	-1	12
370 rest05c[2,10,4]		
	5	12
371 rest05c[2,10,5]		
	2	12
372 rest05c[2,10,6]		
	1	12
373 rest05c[2,10,7]		
	3	12
374 rest05c[2,10,8]		
	-2	12
375 rest05c[2,10,9]		
	-5	12
376 rest05c[2,10,11]		
	-4	12
377 rest05c[2,10,12]		
-7	12	
378 rest05c[2,10,13]		
	-3	12
379 rest05c[2,10,14]		

		-6	12
380	rest05c[2,11,2]		
		8	12
381	rest05c[2,11,3]		
		3	12
382	rest05c[2,11,4]		
		9	12
383	rest05c[2,11,5]		
		6	12
384	rest05c[2,11,6]		
		5	12
385	rest05c[2,11,7]		
		7	12
386	rest05c[2,11,8]		
		2	12
387	rest05c[2,11,9]		
		12	12
388	rest05c[2,11,10]		
		4	12
389	rest05c[2,11,12]		
		-3	12
390	rest05c[2,11,13]		
		1	12
391	rest05c[2,11,14]		
		-2	12
392	rest05c[2,12,2]		
		11	12
393	rest05c[2,12,3]		
6		12	
394	rest05c[2,12,4]		
		12	12
395	rest05c[2,12,5]		
		9	12
396	rest05c[2,12,6]		
		8	12
397	rest05c[2,12,7]		

	10	12
398 rest05c[2,12,8]		
	5	12
399 rest05c[2,12,9]		
	2	12
400 rest05c[2,12,10]		
	7	12
401 rest05c[2,12,11]		
	3	12
402 rest05c[2,12,13]		
	4	12
403 rest05c[2,12,14]		
	1	12
404 rest05c[2,13,2]		
	7	12
405 rest05c[2,13,3]		
	2	12
406 rest05c[2,13,4]		
	8	12
407 rest05c[2,13,5]		
	5	12
408 rest05c[2,13,6]		
	4	12
409 rest05c[2,13,7]		
	6	12
410 rest05c[2,13,8]		
	1	12
411 rest05c[2,13,9]		
-2	12	
412 rest05c[2,13,10]		
	3	12
413 rest05c[2,13,11]		
	12	12
414 rest05c[2,13,12]		
	-4	12
415 rest05c[2,13,14]		

		-3	12
416	rest05c[2,14,2]		
		10	12
417	rest05c[2,14,3]		
		5	12
418	rest05c[2,14,4]		
		11	12
419	rest05c[2,14,5]		
		8	12
420	rest05c[2,14,6]		
		7	12
421	rest05c[2,14,7]		
		9	12
422	rest05c[2,14,8]		
		4	12
423	rest05c[2,14,9]		
		1	12
424	rest05c[2,14,10]		
		6	12
425	rest05c[2,14,11]		
		2	12
426	rest05c[2,14,12]		
		12	12
427	rest05c[2,14,13]		
		3	12

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	x[1,2,1]	*	0	1
2	x[1,2,2]	*	0	1
3	x[1,3,1]	*	0	1
4	x[1,3,2]	*	0	1
5	x[1,4,1]	*	1	1
6	x[1,4,2]	*	0	1
7	x[1,5,1]	*	0	1
8	x[1,5,2]	*	0	1

9	x[1,6,1]	*	0	0	1
10	x[1,6,2]	*	0	0	1
11	x[1,7,1]	*	0	0	1
12	x[1,7,2]	*	0	0	1
13	x[1,8,1]	*	0	0	1
14	x[1,8,2]	*	1	0	1
15	x[1,9,1]	*	0	0	1
16	x[1,9,2]	*	0	0	1
17	x[1,10,1]	*	0	0	1
18	x[1,10,2]	*	0	0	1
19	x[1,11,1]	*	0	0	1
20	x[1,11,2]	*	0	0	1
21	x[1,12,1]	*	0	0	1
22	x[1,12,2]	*	0	0	1
23	x[1,13,1]	*	0	0	1
24	x[1,13,2]	*	0	0	1
25	x[1,14,1]	*	0	0	1
26	x[1,14,2]	*	0	0	1
27	x[2,1,1]	*	0	0	1
28	x[2,1,2]	*	0	0	1
29	x[2,3,1]	*	0	0	1
30	x[2,3,2]	*	0	0	1
31	x[2,4,1]	*	0	0	1
32	x[2,4,2]	*	0	0	1
33	x[2,5,1]	*	0	0	1
34	x[2,5,2]	*	0	0	1
35	x[2,6,1]	*	0	0	1
36	x[2,6,2]	*	0	0	1
37	x[2,7,1]	*	1	0	1
38	x[2,7,2]	*	0	0	1
39	x[2,8,1]	*	0	0	1
40	x[2,8,2]	*	0	0	1
41	x[2,9,1]	*	0	0	1
42	x[2,9,2]	*	0	0	1
43	x[2,10,1]	*	0	0	1
44	x[2,10,2]	*	0	0	1

45	x[2,11,1]	*	0	0	1
46	x[2,11,2]	*	0	0	1
47	x[2,12,1]	*	0	0	1
48	x[2,12,2]	*	0	0	1
49	x[2,13,1]	*	0	0	1
50	x[2,13,2]	*	0	0	1
51	x[2,14,1]	*	0	0	1
52	x[2,14,2]	*	0	0	1
53	x[3,1,1]	*	1	0	1
54	x[3,1,2]	*	0	0	1
55	x[3,2,1]	*	0	0	1
56	x[3,2,2]	*	0	0	1
57	x[3,4,1]	*	0	0	1
58	x[3,4,2]	*	0	0	1
59	x[3,5,1]	*	0	0	1
60	x[3,5,2]	*	0	0	1
61	x[3,6,1]	*	0	0	1
62	x[3,6,2]	*	0	0	1
63	x[3,7,1]	*	0	0	1
64	x[3,7,2]	*	0	0	1
65	x[3,8,1]	*	0	0	1
66	x[3,8,2]	*	0	0	1
67	x[3,9,1]	*	0	0	1
68	x[3,9,2]	*	0	0	1
69	x[3,10,1]	*	0	0	1
70	x[3,10,2]	*	0	0	1
71	x[3,11,1]	*	0	0	1
72	x[3,11,2]	*	0	0	1
73	x[3,12,1]	*	0	0	1
74	x[3,12,2]	*	0	0	1
75	x[3,13,1]	*	0	0	1
76	x[3,13,2]	*	0	0	1
77	x[3,14,1]	*	0	0	1
78	x[3,14,2]	*	0	0	1
79	x[4,1,1]	*	0	0	1
80	x[4,1,2]	*	0	0	1

81	x[4,2,1]	*	1	0	1
82	x[4,2,2]	*	0	0	1
83	x[4,3,1]	*	0	0	1
84	x[4,3,2]	*	0	0	1
85	x[4,5,1]	*	0	0	1
86	x[4,5,2]	*	0	0	1
87	x[4,6,1]	*	0	0	1
88	x[4,6,2]	*	0	0	1
89	x[4,7,1]	*	0	0	1
90	x[4,7,2]	*	0	0	1
91	x[4,8,1]	*	0	0	1
92	x[4,8,2]	*	0	0	1
93	x[4,9,1]	*	0	0	1
94	x[4,9,2]	*	0	0	1
95	x[4,10,1]	*	0	0	1
96	x[4,10,2]	*	0	0	1
97	x[4,11,1]	*	0	0	1
98	x[4,11,2]	*	0	0	1
99	x[4,12,1]	*	0	0	1
100	x[4,12,2]	*	0	0	1
101	x[4,13,1]	*	0	0	1
102	x[4,13,2]	*	0	0	1
103	x[4,14,1]	*	0	0	1
104	x[4,14,2]	*	0	0	1
105	x[5,1,1]	*	0	0	1
106	x[5,1,2]	*	0	0	1
107	x[5,2,1]	*	0	0	1
108	x[5,2,2]	*	0	0	1
109	x[5,3,1]	*	0	0	1
110	x[5,3,2]	*	0	0	1
111	x[5,4,1]	*	0	0	1
112	x[5,4,2]	*	0	0	1
113	x[5,6,1]	*	1	0	1
114	x[5,6,2]	*	0	0	1
115	x[5,7,1]	*	0	0	1
116	x[5,7,2]	*	0	0	1

117	x[5,8,1]	*	0	0	1
118	x[5,8,2]	*	0	0	1
119	x[5,9,1]	*	0	0	1
120	x[5,9,2]	*	0	0	1
121	x[5,10,1]	*	0	0	1
122	x[5,10,2]	*	0	0	1
123	x[5,11,1]	*	0	0	1
124	x[5,11,2]	*	0	0	1
125	x[5,12,1]	*	0	0	1
126	x[5,12,2]	*	0	0	1
127	x[5,13,1]	*	0	0	1
128	x[5,13,2]	*	0	0	1
129	x[5,14,1]	*	0	0	1
130	x[5,14,2]	*	0	0	1
131	x[6,1,1]	*	0	0	1
132	x[6,1,2]	*	0	0	1
133	x[6,2,1]	*	0	0	1
134	x[6,2,2]	*	0	0	1
135	x[6,3,1]	*	0	0	1
136	x[6,3,2]	*	0	0	1
137	x[6,4,1]	*	0	0	1
138	x[6,4,2]	*	0	0	1
139	x[6,5,1]	*	0	0	1
140	x[6,5,2]	*	0	0	1
141	x[6,7,1]	*	0	0	1
142	x[6,7,2]	*	0	0	1
143	x[6,8,1]	*	0	0	1
144	x[6,8,2]	*	0	0	1
145	x[6,9,1]	*	0	0	1
146	x[6,9,2]	*	0	0	1
147	x[6,10,1]	*	1	0	1
148	x[6,10,2]	*	0	0	1
149	x[6,11,1]	*	0	0	1
150	x[6,11,2]	*	0	0	1
151	x[6,12,1]	*	0	0	1
152	x[6,12,2]	*	0	0	1

153	x[6,13,1]	*	0	0	1
154	x[6,13,2]	*	0	0	1
155	x[6,14,1]	*	0	0	1
156	x[6,14,2]	*	0	0	1
157	x[7,1,1]	*	0	0	1
158	x[7,1,2]	*	0	0	1
159	x[7,2,1]	*	0	0	1
160	x[7,2,2]	*	0	0	1
161	x[7,3,1]	*	0	0	1
162	x[7,3,2]	*	0	0	1
163	x[7,4,1]	*	0	0	1
164	x[7,4,2]	*	0	0	1
165	x[7,5,1]	*	1	0	1
166	x[7,5,2]	*	0	0	1
167	x[7,6,1]	*	0	0	1
168	x[7,6,2]	*	0	0	1
169	x[7,8,1]	*	0	0	1
170	x[7,8,2]	*	0	0	1
171	x[7,9,1]	*	0	0	1
172	x[7,9,2]	*	0	0	1
173	x[7,10,1]	*	0	0	1
174	x[7,10,2]	*	0	0	1
175	x[7,11,1]	*	0	0	1
176	x[7,11,2]	*	0	0	1
177	x[7,12,1]	*	0	0	1
178	x[7,12,2]	*	0	0	1
179	x[7,13,1]	*	0	0	1
180	x[7,13,2]	*	0	0	1
181	x[7,14,1]	*	0	0	1
182	x[7,14,2]	*	0	0	1
183	x[8,1,1]	*	0	0	1
184	x[8,1,2]	*	0	0	1
185	x[8,2,1]	*	0	0	1
186	x[8,2,2]	*	0	0	1
187	x[8,3,1]	*	0	0	1
188	x[8,3,2]	*	0	0	1

189	x[8,4,1]	*	0	0	1
190	x[8,4,2]	*	0	0	1
191	x[8,5,1]	*	0	0	1
192	x[8,5,2]	*	0	0	1
193	x[8,6,1]	*	0	0	1
194	x[8,6,2]	*	0	0	1
195	x[8,7,1]	*	0	0	1
196	x[8,7,2]	*	0	0	1
197	x[8,9,1]	*	0	0	1
198	x[8,9,2]	*	0	0	1
199	x[8,10,1]	*	0	0	1
200	x[8,10,2]	*	0	0	1
201	x[8,11,1]	*	0	0	1
202	x[8,11,2]	*	0	0	1
203	x[8,12,1]	*	0	0	1
204	x[8,12,2]	*	0	0	1
205	x[8,13,1]	*	0	0	1
206	x[8,13,2]	*	1	0	1
207	x[8,14,1]	*	0	0	1
208	x[8,14,2]	*	0	0	1
209	x[9,1,1]	*	0	0	1
210	x[9,1,2]	*	0	0	1
211	x[9,2,1]	*	0	0	1
212	x[9,2,2]	*	0	0	1
213	x[9,3,1]	*	0	0	1
214	x[9,3,2]	*	0	0	1
215	x[9,4,1]	*	0	0	1
216	x[9,4,2]	*	0	0	1
217	x[9,5,1]	*	0	0	1
218	x[9,5,2]	*	0	0	1
219	x[9,6,1]	*	0	0	1
220	x[9,6,2]	*	0	0	1
221	x[9,7,1]	*	0	0	1
222	x[9,7,2]	*	0	0	1
223	x[9,8,1]	*	0	0	1
224	x[9,8,2]	*	0	0	1

225	x[9,10,1]	*	0	0	1
226	x[9,10,2]	*	0	0	1
227	x[9,11,1]	*	0	0	1
228	x[9,11,2]	*	0	0	1
229	x[9,12,1]	*	0	0	1
230	x[9,12,2]	*	0	0	1
231	x[9,13,1]	*	0	0	1
232	x[9,13,2]	*	0	0	1
233	x[9,14,1]	*	0	0	1
234	x[9,14,2]	*	1	0	1
235	x[10,1,1]	*	0	0	1
236	x[10,1,2]	*	0	0	1
237	x[10,2,1]	*	0	0	1
238	x[10,2,2]	*	0	0	1
239	x[10,3,1]	*	1	0	1
240	x[10,3,2]	*	0	0	1
241	x[10,4,1]	*	0	0	1
242	x[10,4,2]	*	0	0	1
243	x[10,5,1]	*	0	0	1
244	x[10,5,2]	*	0	0	1
245	x[10,6,1]	*	0	0	1
246	x[10,6,2]	*	0	0	1
247	x[10,7,1]	*	0	0	1
248	x[10,7,2]	*	0	0	1
249	x[10,8,1]	*	0	0	1
250	x[10,8,2]	*	0	0	1
251	x[10,9,1]	*	0	0	1
252	x[10,9,2]	*	0	0	1
253	x[10,11,1]	*	0	0	1
254	x[10,11,2]	*	0	0	1
255	x[10,12,1]	*	0	0	1
256	x[10,12,2]	*	0	0	1
257	x[10,13,1]	*	0	0	1
258	x[10,13,2]	*	0	0	1
259	x[10,14,1]	*	0	0	1
260	x[10,14,2]	*	0	0	1

261	x[11,1,1]	*	0	0	1
262	x[11,1,2]	*	0	0	1
263	x[11,2,1]	*	0	0	1
264	x[11,2,2]	*	0	0	1
265	x[11,3,1]	*	0	0	1
266	x[11,3,2]	*	0	0	1
267	x[11,4,1]	*	0	0	1
268	x[11,4,2]	*	0	0	1
269	x[11,5,1]	*	0	0	1
270	x[11,5,2]	*	0	0	1
271	x[11,6,1]	*	0	0	1
272	x[11,6,2]	*	0	0	1
273	x[11,7,1]	*	0	0	1
274	x[11,7,2]	*	0	0	1
275	x[11,8,1]	*	0	0	1
276	x[11,8,2]	*	0	0	1
277	x[11,9,1]	*	0	0	1
278	x[11,9,2]	*	1	0	1
279	x[11,10,1]	*	0	0	1
280	x[11,10,2]	*	0	0	1
281	x[11,12,1]	*	0	0	1
282	x[11,12,2]	*	0	0	1
283	x[11,13,1]	*	0	0	1
284	x[11,13,2]	*	0	0	1
285	x[11,14,1]	*	0	0	1
286	x[11,14,2]	*	0	0	1
287	x[12,1,1]	*	0	0	1
288	x[12,1,2]	*	1	0	1
289	x[12,2,1]	*	0	0	1
290	x[12,2,2]	*	0	0	1
291	x[12,3,1]	*	0	0	1
292	x[12,3,2]	*	0	0	1
293	x[12,4,1]	*	0	0	1
294	x[12,4,2]	*	0	0	1
295	x[12,5,1]	*	0	0	1
296	x[12,5,2]	*	0	0	1

297	x[12,6,1]	*	0	0	1
298	x[12,6,2]	*	0	0	1
299	x[12,7,1]	*	0	0	1
300	x[12,7,2]	*	0	0	1
301	x[12,8,1]	*	0	0	1
302	x[12,8,2]	*	0	0	1
303	x[12,9,1]	*	0	0	1
304	x[12,9,2]	*	0	0	1
305	x[12,10,1]	*	0	0	1
306	x[12,10,2]	*	0	0	1
307	x[12,11,1]	*	0	0	1
308	x[12,11,2]	*	0	0	1
309	x[12,13,1]	*	0	0	1
310	x[12,13,2]	*	0	0	1
311	x[12,14,1]	*	0	0	1
312	x[12,14,2]	*	0	0	1
313	x[13,1,1]	*	0	0	1
314	x[13,1,2]	*	0	0	1
315	x[13,2,1]	*	0	0	1
316	x[13,2,2]	*	0	0	1
317	x[13,3,1]	*	0	0	1
318	x[13,3,2]	*	0	0	1
319	x[13,4,1]	*	0	0	1
320	x[13,4,2]	*	0	0	1
321	x[13,5,1]	*	0	0	1
322	x[13,5,2]	*	0	0	1
323	x[13,6,1]	*	0	0	1
324	x[13,6,2]	*	0	0	1
325	x[13,7,1]	*	0	0	1
326	x[13,7,2]	*	0	0	1
327	x[13,8,1]	*	0	0	1
328	x[13,8,2]	*	0	0	1
329	x[13,9,1]	*	0	0	1
330	x[13,9,2]	*	0	0	1
331	x[13,10,1]	*	0	0	1
332	x[13,10,2]	*	0	0	1

333	x[13,11,1]	*	0	0	1
334	x[13,11,2]	*	1	0	1
335	x[13,12,1]	*	0	0	1
336	x[13,12,2]	*	0	0	1
337	x[13,14,1]	*	0	0	1
338	x[13,14,2]	*	0	0	1
339	x[14,1,1]	*	0	0	1
340	x[14,1,2]	*	0	0	1
341	x[14,2,1]	*	0	0	1
342	x[14,2,2]	*	0	0	1
343	x[14,3,1]	*	0	0	1
344	x[14,3,2]	*	0	0	1
345	x[14,4,1]	*	0	0	1
346	x[14,4,2]	*	0	0	1
347	x[14,5,1]	*	0	0	1
348	x[14,5,2]	*	0	0	1
349	x[14,6,1]	*	0	0	1
350	x[14,6,2]	*	0	0	1
351	x[14,7,1]	*	0	0	1
352	x[14,7,2]	*	0	0	1
353	x[14,8,1]	*	0	0	1
354	x[14,8,2]	*	0	0	1
355	x[14,9,1]	*	0	0	1
356	x[14,9,2]	*	0	0	1
357	x[14,10,1]	*	0	0	1
358	x[14,10,2]	*	0	0	1
359	x[14,11,1]	*	0	0	1
360	x[14,11,2]	*	0	0	1
361	x[14,12,1]	*	0	0	1
362	x[14,12,2]	*	1	0	1
363	x[14,13,1]	*	0	0	1
364	x[14,13,2]	*	0	0	1
365	y[2,1]	*	1	0	1
366	y[2,2]	*	0	0	1
367	y[3,1]	*	1	0	1
368	y[3,2]	*	0	0	1

369	y[4,1]	*	1	0	1
370	y[4,2]	*	0	0	1
371	y[5,1]	*	1	0	1
372	y[5,2]	*	0	0	1
373	y[6,1]	*	1	0	1
374	y[6,2]	*	0	0	1
375	y[7,1]	*	1	0	1
376	y[7,2]	*	0	0	1
377	y[8,1]	*	0	0	1
378	y[8,2]	*	1	0	1
379	y[9,1]	*	0	0	1
380	y[9,2]	*	1	0	1
381	y[10,1]	*	1	0	1
382	y[10,2]	*	0	0	1
383	y[11,1]	*	0	0	1
384	y[11,2]	*	1	0	1
385	y[12,1]	*	0	0	1
386	y[12,2]	*	1	0	1
387	y[13,1]	*	0	0	1
388	y[13,2]	*	1	0	1
389	y[14,1]	*	0	0	1
390	y[14,2]	*	1	0	1
391	y[1,1]	*	1	0	1
392	y[1,2]	*	1	0	1
393	u[1]	*	1	0	
394	u[2]	*	1	0	
395	u[3]	*	6	0	
396	u[4]	*	0	0	
397	u[5]	*	3	0	
398	u[6]	*	4	0	
399	u[7]	*	2	0	
400	u[8]	*	7	0	
401	u[9]	*	10	0	
402	u[10]	*	5	0	
403	u[11]	*	9	0	
404	u[12]	*	12	0	

405	u[13]	*	8	0
406	u[14]	*	11	0

Integer feasibility conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+000 on row 0
max.rel.err = 0.00e+000 on row 0
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+000 on row 0
max.rel.err = 0.00e+000 on row 0
High quality

End of output

```
## CONJUNTO DE DADOS ##

data;

param nK := 2;
/* quantidade de caminhões */

param q := 14000;
/* capacidade máxima de cada caminhão */

param f := 2;
/* valor do frete em reais*/

param n := 10;
/* quantidade de cidades*/

param a /* Demanda de cada nó*/
:=
1 0
2 1500
3 2000
4 3000
5 12000
6 1200
7 3000
8 800
9 3000
10 1500
;

param : E : d :=
1 2 65
1 3 97
1 4 109
1 5 28
```

1	6	69
1	7	109
1	8	34
1	9	63
1	10	87
2	1	65
2	3	73
2	4	132
2	5	82
2	6	128
2	7	169
2	8	88
2	9	84
2	10	141
3	1	97
3	2	73
3	4	99
3	5	125
3	6	165
3	7	126
3	8	131
3	9	160
3	10	184
4	1	109
4	2	132
4	3	99
4	5	137
4	6	128
4	7	40
4	8	127
4	9	172
4	10	196
5	1	28
5	2	82
5	3	125
5	4	137

5	6	77
5	7	118
5	8	31
5	9	37
5	10	61
6	1	69
6	2	128
6	3	165
6	4	128
6	5	77
6	7	100
6	8	47
6	9	112
6	10	100
7	1	109
7	2	169
7	3	126
7	4	40
7	5	118
7	6	100
7	8	88
7	9	153
7	10	151
8	1	34
8	2	88
8	3	131
8	4	127
8	5	31
8	6	47
8	7	88
8	9	66
8	10	63
9	1	63
9	2	84
9	3	160
9	4	172

```
9 5 37
9 6 112
9 7 153
9 8 66
9 10 67
10 1 87
10 2 141
10 3 184
10 4 196
10 5 61
10 6 100
10 7 151
10 8 63
10 9 67
;
end;
```

Problem: An32
 Rows: 227
 Columns: 210 (210 integer, 200 binary)
 Non-zeros: 1420
 Status: INTEGER OPTIMAL
 Objective: cost = 1466 (MINimum)

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	cost	1466		
2	rest01[2]	1	1	=
3	rest01[3]	1	1	=
4	rest01[4]	1	1	=
5	rest01[5]	1	1	=
6	rest01[6]	1	1	=
7	rest01[7]	1	1	=
8	rest01[8]	1	1	=
9	rest01[9]	1	1	=
10	rest01[10]	1	1	=
11	rest02	2	2	=
12	rest03a[1,1]	0	-0	=
13	rest03a[1,2]	0	-0	=
14	rest03a[2,1]	0	-0	=
15	rest03a[2,2]	0	-0	=
16	rest03a[3,1]	0	-0	=
17	rest03a[3,2]	0	-0	=
18	rest03a[4,1]	0	-0	=
19	rest03a[4,2]	0	-0	=
20	rest03a[5,1]	0	-0	=
21	rest03a[5,2]	0	-0	=
22	rest03a[6,1]	0	-0	=
23	rest03a[6,2]	0	-0	=
24	rest03a[7,1]	0	-0	=
25	rest03a[7,2]	0	-0	=
26	rest03a[8,1]	0	-0	=
27	rest03a[8,2]	0	-0	=

28	rest03a[9,1]	0	-0	=
29	rest03a[9,2]	0	-0	=
30	rest03a[10,1]	0	-0	=
31	rest03a[10,2]	0	-0	=
32	rest03b[1,1]	0	-0	=
33	rest03b[1,2]	0	-0	=
34	rest03b[2,1]	0	-0	=
35	rest03b[2,2]	0	-0	=
36	rest03b[3,1]	0	-0	=
37	rest03b[3,2]	0	-0	=
38	rest03b[4,1]	0	-0	=
39	rest03b[4,2]	0	-0	=
40	rest03b[5,1]	0	-0	=
41	rest03b[5,2]	0	-0	=
42	rest03b[6,1]	0	-0	=
43	rest03b[6,2]	0	-0	=
44	rest03b[7,1]	0	-0	=
45	rest03b[7,2]	0	-0	=
46	rest03b[8,1]	0	-0	=
47	rest03b[8,2]	0	-0	=
48	rest03b[9,1]	0	-0	=
49	rest03b[9,2]	0	-0	=
50	rest03b[10,1]	0	-0	=
51	rest03b[10,2]	0	-0	=
52	rest03c[1,1]	0	-0	=
53	rest03c[1,2]	0	-0	=
54	rest03c[2,1]	0	-0	=
55	rest03c[2,2]	0	-0	=
56	rest03c[3,1]	0	-0	=
57	rest03c[3,2]	0	-0	=
58	rest03c[4,1]	0	-0	=
59	rest03c[4,2]	0	-0	=
60	rest03c[5,1]	0	-0	=
61	rest03c[5,2]	0	-0	=
62	rest03c[6,1]	0	-0	=
63	rest03c[6,2]	0	-0	=

64	rest03c[7,1]	0	-0	=
65	rest03c[7,2]	0	-0	=
66	rest03c[8,1]	0	-0	=
67	rest03c[8,2]	0	-0	=
68	rest03c[9,1]	0	-0	=
69	rest03c[9,2]	0	-0	=
70	rest03c[10,1]	0	-0	=
71	rest03c[10,2]	0	-0	=
72	rest04[1]	14000		14000
73	rest04[2]	14000		14000
74	rest05a	1	1	=
75	rest05b[2]	5		10
76	rest05b[3]	4		10
77	rest05b[4]	3		10
78	rest05b[5]	0		10
79	rest05b[6]	8		10
80	rest05b[7]	2		10
81	rest05b[8]	1		10
82	rest05b[9]	0		10
83	rest05b[10]	1		10
84	rest05c[1,2,3]	1		8
85	rest05c[1,2,4]	2		8
86	rest05c[1,2,5]	5		8
87	rest05c[1,2,6]	-3		8
88	rest05c[1,2,7]	3		8
89	rest05c[1,2,8]	4		8
90	rest05c[1,2,9]	5		8
91	rest05c[1,2,10]	4		8
92	rest05c[1,3,2]	-1		8
93	rest05c[1,3,4]	1		8
94	rest05c[1,3,5]	4		8
95	rest05c[1,3,6]	-4		8
96	rest05c[1,3,7]	2		8
97	rest05c[1,3,8]	3	8	
98	rest05c[1,3,9]	4		8
99	rest05c[1,3,10]	3		8

100	rest05c[1,4,2]	-2	8
101	rest05c[1,4,3]	-1	8
102	rest05c[1,4,5]	3	8
103	rest05c[1,4,6]	-5	8
104	rest05c[1,4,7]	1	8
105	rest05c[1,4,8]	2	8
106	rest05c[1,4,9]	3	8
107	rest05c[1,4,10]	2	8
108	rest05c[1,5,2]	-5	8
109	rest05c[1,5,3]	-4	8
110	rest05c[1,5,4]	-3	8
111	rest05c[1,5,6]	-8	8
112	rest05c[1,5,7]	-2	8
113	rest05c[1,5,8]	8	8
114	rest05c[1,5,9]	0	8
115	rest05c[1,5,10]	-1	8
116	rest05c[1,6,2]	3	8
117	rest05c[1,6,3]	4	8
118	rest05c[1,6,4]	5	8
119	rest05c[1,6,5]	8	8
120	rest05c[1,6,7]	6	8
121	rest05c[1,6,8]	7	8
122	rest05c[1,6,9]	8	8
123	rest05c[1,6,10]	7	8
124	rest05c[1,7,2]	-3	8
125	rest05c[1,7,3]	-2	8
126	rest05c[1,7,4]	-1	8
127	rest05c[1,7,5]	2	8
128	rest05c[1,7,6]	-6	8
129	rest05c[1,7,8]	1	8
130	rest05c[1,7,9]	2	8
131	rest05c[1,7,10]	1	8
132	rest05c[1,8,2]	-4	8
133	rest05c[1,8,3]	-3	8
134	rest05c[1,8,4]	-2	8
135	rest05c[1,8,5]	1	8

136	rest05c[1,8,6]	2	8
137	rest05c[1,8,7]	-1	8
138	rest05c[1,8,9]	1	8
139	rest05c[1,8,10]	0	8
140	rest05c[1,9,2]	-5	8
141	rest05c[1,9,3]	-4	8
142	rest05c[1,9,4]	-3	8
143	rest05c[1,9,5]	0	8
144	rest05c[1,9,6]	-8	8
145	rest05c[1,9,7]	-2	8
146	rest05c[1,9,8]	-1	8
147	rest05c[1,9,10]	-1	8
148	rest05c[1,10,2]	-4	8
149	rest05c[1,10,3]	-3	8
150	rest05c[1,10,4]	-2	8
151	rest05c[1,10,5]	1	8
152	rest05c[1,10,6]	-7	8
153	rest05c[1,10,7]	-1	8
154	rest05c[1,10,8]	0	8
155	rest05c[1,10,9]	1	8
156	rest05c[2,2,3]	1	8
157	rest05c[2,2,4]	2	8
158	rest05c[2,2,5]	5	8
159	rest05c[2,2,6]	-3	8
160	rest05c[2,2,7]	3	8
161	rest05c[2,2,8]	4	8
162	rest05c[2,2,9]	5	8
163	rest05c[2,2,10]	4	8
164	rest05c[2,3,2]	8	8
165	rest05c[2,3,4]	1	8
166	rest05c[2,3,5]	4	8
167	rest05c[2,3,6]	-4	8
168	rest05c[2,3,7]	2	8
169	rest05c[2,3,8]	3	8
170	rest05c[2,3,9]	4	8
171	rest05c[2,3,10]	3	8

172	rest05c[2,4,2]	-2	8
173	rest05c[2,4,3]	8	8
174	rest05c[2,4,5]	3	8
175	rest05c[2,4,6]	-5	8
176	rest05c[2,4,7]	1	8
177	rest05c[2,4,8]	2	8
178	rest05c[2,4,9]	3	8
179	rest05c[2,4,10]	2	8
180	rest05c[2,5,2]	-5	8
181	rest05c[2,5,3]	-4	8
182	rest05c[2,5,4]	-3	8
183	rest05c[2,5,6]	-8	8
184	rest05c[2,5,7]	-2	8
185	rest05c[2,5,8]	-1	8
186	rest05c[2,5,9]	0	8
187	rest05c[2,5,10]	-1	8
188	rest05c[2,6,2]	3	8
189	rest05c[2,6,3]	4	8
190	rest05c[2,6,4]	5	8
191	rest05c[2,6,5]	8	8
192	rest05c[2,6,7]	6	8
193	rest05c[2,6,8]	7	8
194	rest05c[2,6,9]	8	8
195	rest05c[2,6,10]	7	8
196	rest05c[2,7,2]	-3	8
197	rest05c[2,7,3]	-2	8
198	rest05c[2,7,4]	8	8
199	rest05c[2,7,5]	2	8
200	rest05c[2,7,6]	-6	8
201	rest05c[2,7,8]	1	8
202	rest05c[2,7,9]	2	8
203	rest05c[2,7,10]	1	8
204	rest05c[2,8,2]	-4	8
205	rest05c[2,8,3]	-3	8
206	rest05c[2,8,4]	-2	8
207	rest05c[2,8,5]	1	8

208	rest05c[2,8,6]	-7	8
209	rest05c[2,8,7]	-1	8
210	rest05c[2,8,9]	1	8
211	rest05c[2,8,10]	0	8
212	rest05c[2,9,2]	-5	8
213	rest05c[2,9,3]	-4	8
214	rest05c[2,9,4]	-3	8
215	rest05c[2,9,5]	0	8
216	rest05c[2,9,6]	-8	8
217	rest05c[2,9,7]	-2	8
218	rest05c[2,9,8]	-1	8
219	rest05c[2,9,10]	8	8
220	rest05c[2,10,2]	-4	8
221	rest05c[2,10,3]	-3	8
222	rest05c[2,10,4]	-2	8
223	rest05c[2,10,5]	1	8
224	rest05c[2,10,6]	-7	8
225	rest05c[2,10,7]	8	8
226	rest05c[2,10,8]	0	8
227	rest05c[2,10,9]	1	8

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
-----	-----	-----	-----	-----
1	x[1,2,1]	*	0	1
2	x[1,2,2]	*	0	1
3	x[1,3,1]	*	0	1
4	x[1,3,2]	*	0	1
5	x[1,4,1]	*	0	1
6	x[1,4,2]	*	0	1
7	x[1,5,1]	*	1	1
8	x[1,5,2]	*	0	1
9	x[1,6,1]	*	0	1
10	x[1,6,2]	*	0	1
11	x[1,7,1]	*	0	1
12	x[1,7,2]	*	0	1
13	x[1,8,1]	*	0	1

14	x[1,8,2]	*	0	0	1
15	x[1,9,1]	*	0	0	1
16	x[1,9,2]	*	1	0	1
17	x[1,10,1]	*	0	0	1
18	x[1,10,2]	*	0	0	1
19	x[2,1,1]	*	0	0	1
20	x[2,1,2]	*	1	0	1
21	x[2,3,1]	*	0	0	1
22	x[2,3,2]	*	0	0	1
23	x[2,4,1]	*	0	0	1
24	x[2,4,2]	*	0	0	1
25	x[2,5,1]	*	0	0	1
26	x[2,5,2]	*	0	0	1
27	x[2,6,1]	*	0	0	1
28	x[2,6,2]	*	0	0	1
29	x[2,7,1]	*	0	0	1
30	x[2,7,2]	*	0	0	1
31	x[2,8,1]	*	0	0	1
32	x[2,8,2]	*	0	0	1
33	x[2,9,1]	*	0	0	1
34	x[2,9,2]	*	0	0	1
35	x[2,10,1]	*	0	0	1
36	x[2,10,2]	*	0	0	1
37	x[3,1,1]	*	0	0	1
38	x[3,1,2]	*	0	0	1
39	x[3,2,1]	*	0	0	1
40	x[3,2,2]	*	1	0	1
41	x[3,4,1]	*	0	0	1
42	x[3,4,2]	*	0	0	1
43	x[3,5,1]	*	0	0	1
44	x[3,5,2]	*	0	0	1
45	x[3,6,1]	*	0	0	1
46	x[3,6,2]	*	0	0	1
47	x[3,7,1]	*	0	0	1
48	x[3,7,2]	*	0	0	1
49	x[3,8,1]	*	0	0	1

50	x[3,8,2]	*	0	0	1
51	x[3,9,1]	*	0	0	1
52	x[3,9,2]	*	0	0	1
53	x[3,10,1]	*	0	0	1
54	x[3,10,2]	*	0	0	1
55	x[4,1,1]	*	0	0	1
56	x[4,1,2]	*	0	0	1
57	x[4,2,1]	*	0	0	1
58	x[4,2,2]	*	0	0	1
59	x[4,3,1]	*	0	0	1
60	x[4,3,2]	*	1	0	1
61	x[4,5,1]	*	0	0	1
62	x[4,5,2]	*	0	0	1
63	x[4,6,1]	*	0	0	1
64	x[4,6,2]	*	0	0	1
65	x[4,7,1]	*	0	0	1
66	x[4,7,2]	*	0	0	1
67	x[4,8,1]	*	0	0	1
68	x[4,8,2]	*	0	0	1
69	x[4,9,1]	*	0	0	1
70	x[4,9,2]	*	0	0	1
71	x[4,10,1]	*	0	0	1
72	x[4,10,2]	*	0	0	1
73	x[5,1,1]	*	0	0	1
74	x[5,1,2]	*	0	0	1
75	x[5,2,1]	*	0	0	1
76	x[5,2,2]	*	0	0	1
77	x[5,3,1]	*	0	0	1
78	x[5,3,2]	*	0	0	1
79	x[5,4,1]	*	0	0	1
80	x[5,4,2]	*	0	0	1
81	x[5,6,1]	*	0	0	1
82	x[5,6,2]	*	0	0	1
83	x[5,7,1]	*	0	0	1
84	x[5,7,2]	*	0	0	1
85	x[5,8,1]	*	1	0	1

86	x[5,8,2]	*	0	0	1
87	x[5,9,1]	*	0	0	1
88	x[5,9,2]	*	0	0	1
89	x[5,10,1]	*	0	0	1
90	x[5,10,2]	*	0	0	1
91	x[6,1,1]	*	1	0	1
92	x[6,1,2]	*	0	0	1
93	x[6,2,1]	*	0	0	1
94	x[6,2,2]	*	0	0	1
95	x[6,3,1]	*	0	0	1
96	x[6,3,2]	*	0	0	1
97	x[6,4,1]	*	0	0	1
98	x[6,4,2]	*	0	0	1
99	x[6,5,1]	*	0	0	1
100	x[6,5,2]	*	0	0	1
101	x[6,7,1]	*	0	0	1
102	x[6,7,2]	*	0	0	1
103	x[6,8,1]	*	0	0	1
104	x[6,8,2]	*	0	0	1
105	x[6,9,1]	*	0	0	1
106	x[6,9,2]	*	0	0	1
107	x[6,10,1]	*	0	0	1
108	x[6,10,2]	*	0	0	1
109	x[7,1,1]	*	0	0	1
110	x[7,1,2]	*	0	0	1
111	x[7,2,1]	*	0	0	1
112	x[7,2,2]	*	0	0	1
113	x[7,3,1]	*	0	0	1
114	x[7,3,2]	*	0	0	1
115	x[7,4,1]	*	0	0	1
116	x[7,4,2]	*	1	0	1
117	x[7,5,1]	*	0	0	1
118	x[7,5,2]	*	0	0	1
119	x[7,6,1]	*	0	0	1
120	x[7,6,2]	*	0	0	1
121	x[7,8,1]	*	0	0	1

122	x[7,8,2]	*	0	0	1
123	x[7,9,1]	*	0	0	1
124	x[7,9,2]	*	0	0	1
125	x[7,10,1]	*	0	0	1
126	x[7,10,2]	*	0	0	1
127	x[8,1,1]	*	0	0	1
128	x[8,1,2]	*	0	0	1
129	x[8,2,1]	*	0	0	1
130	x[8,2,2]	*	0	0	1
131	x[8,3,1]	*	0	0	1
132	x[8,3,2]	*	0	0	1
133	x[8,4,1]	*	0	0	1
134	x[8,4,2]	*	0	0	1
135	x[8,5,1]	*	0	0	1
136	x[8,5,2]	*	0	0	1
137	x[8,6,1]	*	1	0	1
138	x[8,6,2]	*	0	0	1
139	x[8,7,1]	*	0	0	1
140	x[8,7,2]	*	0	0	1
141	x[8,9,1]	*	0	0	1
142	x[8,9,2]	*	0	0	1
143	x[8,10,1]	*	0	0	1
144	x[8,10,2]	*	0	0	1
145	x[9,1,1]	*	0	0	1
146	x[9,1,2]	*	0	0	1
147	x[9,2,1]	*	0	0	1
148	x[9,2,2]	*	0	0	1
149	x[9,3,1]	*	0	0	1
150	x[9,3,2]	*	0	0	1
151	x[9,4,1]	*	0	0	1
152	x[9,4,2]	*	0	0	1
153	x[9,5,1]	*	0	0	1
154	x[9,5,2]	*	0	0	1
155	x[9,6,1]	*	0	0	1
156	x[9,6,2]	*	0	0	1
157	x[9,7,1]	*	0	0	1

158	x[9,7,2]	*	0	0	1
159	x[9,8,1]	*	0	0	1
160	x[9,8,2]	*	0	0	1
161	x[9,10,1]	*	0	0	1
162	x[9,10,2]	*	1	0	1
163	x[10,1,1]	*	0	0	1
164	x[10,1,2]	*	0	0	1
165	x[10,2,1]	*	0	0	1
166	x[10,2,2]	*	0	0	1
167	x[10,3,1]	*	0	0	1
168	x[10,3,2]	*	0	0	1
169	x[10,4,1]	*	0	0	1
170	x[10,4,2]	*	0	0	1
171	x[10,5,1]	*	0	0	1
172	x[10,5,2]	*	0	0	1
173	x[10,6,1]	*	0	0	1
174	x[10,6,2]	*	0	0	1
175	x[10,7,1]	*	0	0	1
176	x[10,7,2]	*	1	0	1
177	x[10,8,1]	*	0	0	1
178	x[10,8,2]	*	0	0	1
179	x[10,9,1]	*	0	0	1
180	x[10,9,2]	*	0	0	1
181	y[2,1]	*	0	0	1
182	y[2,2]	*	1	0	1
183	y[3,1]	*	0	0	1
184	y[3,2]	*	1	0	1
185	y[4,1]	*	0	0	1
186	y[4,2]	*	1	0	1
187	y[5,1]	*	1	0	1
188	y[5,2]	*	0	0	1
189	y[6,1]	*	1	0	1
190	y[6,2]	*	0	0	1
191	y[7,1]	*	0	0	1
192	y[7,2]	*	1	0	1
193	y[8,1]	*	1	0	1

194	y[8,2]	*	0	0	1
195	y[9,1]	*	0	0	1
196	y[9,2]	*	1	0	1
197	y[10,1]	*	0	0	1
198	y[10,2]	*	1	0	1
199	y[1,1]	*	1	0	1
200	y[1,2]	*	1	0	1
201	u[1]	*	1	0	
202	u[2]	*	5	0	
203	u[3]	*	4	0	
204	u[4]	*	3	0	
205	u[5]	*	0	0	
206	u[6]	*	8	0	
207	u[7]	*	2	0	
208	u[8]	*	1	0	
209	u[9]	*	0	0	
210	u[10]	*	1	0	

Integer feasibility conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+000 on row 0
max.rel.err = 0.00e+000 on row 0
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+000 on row 0
max.rel.err = 0.00e+000 on row 0
High quality

End of output