

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DE FORMIGA – UNIFOR
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
JULIANA CAROLINA DE OLIVEIRA SANTOS**

**REDUÇÃO DE DESPERDÍCIO NO PROCESSO DE CORTE DE VIDROS VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA EMPRESA
DO CENTRO-OESTE DE MINAS GERAIS**

**FORMIGA – MG
2014**

JULIANA CAROLINA DE OLIVEIRA SANTOS

REDUÇÃO DE DESPERDÍCIO NO PROCESSO DE CORTE DE VIDROS VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA EMPRESA
DO CENTRO-OESTE DE MINAS GERAIS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção do UNIFOR, como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Me. José Antônio Moreira de Rezende.

FORMIGA – MG

2014

Juliana Carolina de Oliveira Santos

REDUÇÃO DE DESPERDÍCIO NO PROCESSO DE CORTE DE VIDROS VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA EMPRESA
DO CENTRO-OESTE DE MINAS GERAIS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção do UNIFOR, como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Produção.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. José Antonio Moreira de Rezende

Orientador

Prof. Carlyle Garcia Ribeiro

Avaliador

Formiga, 18 de novembro de 2014.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus pelo seu amor incondicional o qual me concede tudo que necessito para bem viver.

Agradeço ao meu orientador, José Antônio, pelo apoio, paciência, dedicação e pelos conhecimentos transmitidos durante este trabalho como orientador e durante o tempo em que lecionou como professor.

“Me ame quando eu menos merecer, pois é quando eu mais preciso”

Provérbio Chinês

RESUMO

Este trabalho busca demonstrar a importância da Programação Linear Inteira como ferramenta de suporte para a solução do problema de corte com desperdício mínimo aplicado em uma vidraçaria situada no município de Formiga, estado de Minas Gerais. Para tanto, o cenário analisado foi a minimização do desperdício de vidros para um conjunto de encomendas de espelhos atendido no ano de 2014 em que, na época, não foi utilizada metodologia alguma para o planejamento dos cortes. Frente a isto, foi obtido um modelo de Programação linear inteira para atender a todas as encomendas e, em seguida, o modelo foi resolvido com uso da ferramenta Solver que é um complemento da planilha eletrônica Microsoft Excel, obtendo assim uma redução de 76,77% no desperdício de matéria-prima.

Palavras-chave: Programação Linear Inteira, problema de corte com desperdício mínimo, planejamento dos cortes.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Metodologia das seis fases da Pesquisa Operacional.	16
Figura 2– Combinações possíveis de corte de chapas.	22
Figura 3 – Corte conforme pedido da encomenda A.....	30
Figura 4 – Corte conforme pedido da encomenda B.....	31
Figura 5 – Corte conforme pedido da encomenda C.....	31
Figura 6– Representação dos cortes com seus respectivos desperdícios e restrições.	35
Figura A.1 – Corte1.....	42
Figura A.2 – Corte 2.....	42
Figura A.3 – Corte 3.....	43
Figura A.4 – Corte 4.....	43
Figura A.5 – Corte 5.....	44
Figura A.6 – Corte 6.....	44
Figura A.7 – Corte 7.....	45
Figura A.8 – Corte 8.....	45
Figura A.9 – Corte 9.....	46
Figura A.10 – Corte 10.....	46
Figura A.11 – Corte 11.....	47
Figura A.12 – Corte 12.....	47
Figura A.13 – Corte 13.....	48
Figura A.14 – Corte 14.....	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Listagem dos modos possíveis de corte.....	23
Tabela 2 – Dados das encomendas de vidros solicitadas no período da pesquisa. .	29
Tabela 3 – Quantidade de cortes possíveis e desperdícios correspondentes a cada possibilidade de corte.....	33

LISTA DE ABREVIATURAS

B&B	<i>Branch and bound</i>
BH	Belo Horizonte
MG	Minas Gerais
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PO	Pesquisa Operacional
PPL	Problema de Programação Linear

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Problema	11
1.2 Justificativa.....	12
1.3 Hipótese	12
2 OBJETIVOS	13
2.1 Objetivo geral	13
2.2 Objetivos específicos.....	13
3 REFERENCIAL TEÓRICO	14
3.1 Pesquisa operacional.....	14
3.1.1 Origem.....	14
3.1.2 Definição	14
3.1.3 Técnicas de PO e autores.....	16
3.2 Programação linear	18
3.2.1 Programação linear inteira	21
3.3 <i>Softwares</i> para resolução de problemas de Programação Linear	25
4 MATERIAL E MÉTODOS	27
4.1 Descrição e caracterização da empresa.....	27
4.2 Coleta de dados.....	28
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
6 CONCLUSÃO	38
REFERÊNCIAS	39
APÊNDICE A – MODELOS POSSÍVEIS DE CORTES INDIVIDUAIS E CORTES EM CONJUNTOS	42

1 INTRODUÇÃO

A Pesquisa Operacional tem sido cada vez mais utilizada quando se trata da otimização dos processos decisórios. Está voltada para a solução de problemas reais e trabalha através de modelos matemáticos a serem resolvidos com o auxílio de recursos computacionais. Os problemas de alocação de recursos auxiliam no processo de tomada de decisões, através da obtenção de resultado ótimo para a empresa, resultando na maximização dos lucros com a minimização dos custos e aperfeiçoamento dos processos.

A modelagem e análise de problemas decisórios podem ser solucionadas por métodos e técnicas matemáticas específicas. Programação linear, programação dinâmica, programação inteira, teoria dos estoques e simulação são algumas delas.

O problema de corte é comum em ambientes de produção de indústrias como papel, vidro, madeira, papelão, confecções, entre outros. Consiste em cortar peças grandes para a produção de peças menores, de acordo com as necessidades requeridas por outros setores da empresa ou por demandas externas. Esse problema busca determinar o planejamento ótimo de corte, obedecendo a determinadas restrições. Desta forma, otimizar os processos de corte e reduzir o desperdício de materiais, afetam diretamente a formação do custo final dos produtos e, conseqüentemente, melhora a gestão, o desenvolvimento e competitividade da empresa.

Assim, este trabalho tem como objetivo, utilizar as ferramentas de pesquisa operacional para a melhoria do processo de corte, de forma a reduzir os desperdícios provenientes desta atividade em uma vidraçaria situada no município de Formiga-MG.

1.1 Problema

Notou-se que, para o atendimento das demandas de corte de vidros, uma grande quantidade de material tem sido desperdiçada o que causou aumento da demanda de novas placas de vidros, ocasionando desta forma um aumento dos

custos de compra destes materiais nesta vidraçaria. O desperdício no corte de vidros poderia ser minimizado?

1.2 Justificativa

Este trabalho justifica-se pela possibilidade de diminuir os custos referentes às compras de chapas de vidros em uma vidraçaria, através da minimização de desperdício de matéria prima (vidro), aumentando a eficiência dos processos de corte. Com a minimização do desperdício, conseqüentemente serão necessárias menos chapas de vidros para o corte.

1.3 Hipótese

A inexistência de um planejamento para a determinação de uma política de corte bem definida resulta em desperdício de matéria prima (vidro). Acredita-se que o desperdício poderia ser minimizado em função de uma política racional, através da implementação de um planejamento de corte definido pela resolução de um problema de programação linear.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Aplicação de ferramenta de otimização para a redução de desperdício no corte de vidros em uma empresa da região Centro Oeste do estado de Minas Gerais.

2.2 Objetivos específicos

- Determinação de uma política de redução de desperdício no corte de vidros utilizando ferramentas de otimização combinatória;
- Formular um modelo de Programação Linear (PL) visando à determinação dos planos ótimos de corte para a redução do desperdício;
- A partir do modelo proposto, obter o plano de corte ótimo e avaliá-lo para determinar a viabilidade de sua implantação.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Pesquisa operacional

3.1.1 Origem

De acordo com Silva et.al (2009), a Pesquisa Operacional (PO) como a conhecemos surgiu durante a Segunda Guerra Mundial, resultado de estudos realizados por equipes interdisciplinares de cientistas contratados para resolver problemas militares de ordem estratégica e tática.”(SILVA et.al, 2009, p.11).

Segundo Hillier e Lieberman (2010), a PO foi usada durante a Guerra para auxiliar os militares a resolverem os problemas táticos e estratégicos das operações. Foi utilizada diante da necessidade de alocar de forma eficiente os recursos escassos para as diversas operações militares e atividades internas a cada operação. De acordo com Moreira (2007), um grande número de cientistas foi chamado a realizar pesquisas sobre as atividades operacionais militares, para aplicar abordagem científica aos problemas.

Arenales et al (2007), dizem que a partir da década de 1950 até o final da década de 1960, a PO foi aplicada em uma variedade de problemas provenientes dos setores público e privado. Essas aplicações envolviam diversos setores industriais e financeiros, como: construção civil e militar, mineração, transportes, metalúrgico; incluindo indústrias de alimentação, automóveis, aviação, eletrônica, petróleo, entre outros.

3.1.2 Definição

Para Shamblin e Stevens (1979), a Pesquisa Operacional é um método científico de tomada de decisão, que se inicia descrevendo um sistema por

intermédio de um modelo matemático e depois lida com este modelo na busca da melhor maneira de operar o sistema.

Segundo Bronson (1985), a Pesquisa Operacional, quando se refere à alocação eficiente de recursos escassos, é tanto uma arte como uma ciência. Arte, pela habilidade de exprimir os conceitos de eficiência e escassez por meio de um modelo matemático bem definido para uma determinada situação. Ciência, pela dedução de métodos computacionais para consolidar esses modelos.

Taha (2008) define a Pesquisa Operacional como uma ciência e também uma arte, é uma ciência, pois, utiliza técnicas matemáticas, e é uma arte porque a elaboração do modelo matemático depende da criatividade e da experiência dos profissionais. Portanto, sendo uma ciência aplicada, cujo objetivo pode-se dizer que é a melhoria da qualidade dos processos produtivos em organizações industriais, ou seja, em sistemas produtivos que se utilizam de qualquer tipo de recursos que fazem parte da produção.

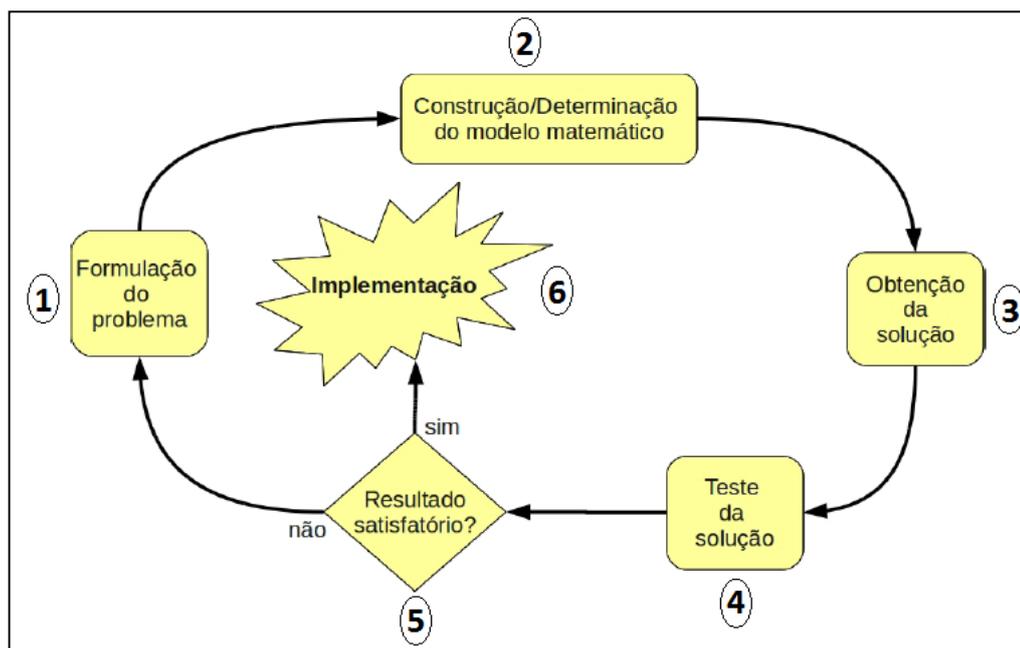
Segundo Chiaventato (2003, p.447), “Embora haja diversidade nas definições sobre a PO, há unanimidade quanto ao seu objetivo: fornecer subsídios racionais para a tomada de decisões nas organizações”.

O autor também demonstra a metodologia de seis fases da PO:

1. Formular o problema: Nesta fase se realiza a análise do sistema e seus objetivos e as alternativas de ação;
2. Construir um modelo matemático: O modelo matemático representa o problema através de variáveis, as quais pelo menos uma, está sujeita a controle;
3. Deduzir a solução do modelo: A solução ótima do modelo, seja através de processos analíticos ou numéricos;
4. Testar o modelo e a solução: O modelo deve ser condizente com a realidade, além de possuir a capacidade de prever com exatidão o efeito das variações do sistema e a eficiência do sistema;
5. Estabelecer controle sobre a solução: A adequação da solução refere-se à conservação dos valores das variáveis incontroladas, e a constância nas relações entre as variáveis.
6. Implementação: A solução necessita ser testada e transformada em uma série de processos operacionais.

A metodologia das seis fases da PO pode ser observada na FIG. 1.

Figura 1 – Metodologia das seis fases da Pesquisa Operacional.



Fonte: Adaptado de Moreira, 2007.

3.1.3 Técnicas de PO e autores

Cardoso (1992) relata em seu artigo, alguns nomes de destaque e suas contribuições na área de Pesquisa Operacional. O autor cita Wassily Leontief, ganhador do prêmio Nobel de economia de 1975 devido à autoria do modelo matricial dos sistemas econômicos, baseado nas matrizes de “*input-output*”. Outro autor de destaque citado por Cardozo (1992) é o matemático soviético Leonid Kantorovich e o economista americano Tjaling Koopmans, os quais compartilharam o Prêmio Nobel de economia de 1975, pelo trabalho em alocação de recursos.

Colin (2007), enfatiza outra ferramenta relevante na pesquisa operacional, o algoritmo Simplex. O Simplex é um mecanismo matemático criado por George Dantzig para resolver problemas de programação linear, onde é utilizado para aplicações que exigem simplicidade, rapidez e precisão da solução computacional.

O método simplex envolve uma sequência de cálculos repetitivos (algoritmo) para se chegar à solução de um problema de programação linear (MOREIRA, 2007).

Com o objetivo de padronizar e tornar mais eficientes os cálculos do método simplex são impostos dois requisitos para facilitar o desenvolvimento dos cálculos: (TAHA, 2008).

- Todas as restrições (com exceção da não-negatividade das variáveis) são equações cujos lados direitos são não negativos.
- Todas as variáveis são não negativas.

Goldbarg e Luna (2005), definem o simplex como um algoritmo que se utiliza de um ferramental baseado na Álgebra Linear, para determinar a solução ótima de um Problema de Programação Linear (PPL). O algoritmo parte de uma solução viável do sistema de equações de acordo com as restrições do PPL, e a partir dessa solução inicial, identifica novas soluções viáveis, de acordo com um critério de escolha que o algoritmo possui, que permite encontrar novos e melhores vértices da envoltória convexa do problema, e outro critério que determina se o vértice escolhido é ou não um vértice ótimo.

Um dos autores de grande destaque também é Von Neumann, segundo Chiavenato (2003), Neumann e Morgenstern são os autores da Teoria dos Jogos, segundo o autor, a Teoria dos Jogos é uma técnica de PO que propõe uma formulação matemática para estratégia e análise de riscos dos conflitos.

Segundo o autor, o conflito está associado a oposições de forças ou de interesses. Essa situação ocorre na relação entre um jogador que ganha e o outro perde, devido à incompatibilidade dos objetivos de cada jogador.

Segundo Fiani (2006, p.10), “A Teoria dos jogos ajuda a desenvolver a capacidade de racionar estrategicamente, explorando as possibilidades de interação dos agentes, possibilidades estas que nem sempre correspondem à intuição”.

Chiavenato (2003), relacionado quando a Teoria dos Jogos é aplicável:

- Número finito de participantes;
- Número finito de cursos possíveis de ação para cada participante;
- Cada participante conhece os cursos de ação que estão ao seu alcance;
- Cada participante conhece os cursos de ação do seu adversário, entretanto, não sabe que curso ele optara;
- Os benefícios de um jogador são perdas para o outro e vice-versa;

Fiani (2006), destaca os seguintes elementos presentes na Teoria dos Jogos:

- Modelo formal – envolve técnicas de descrição e análise para a compreensão da teoria.
- Interações – as ações de cada agente, consideradas individualmente, afetam os demais.
- Agente – qualquer indivíduo com capacidade de decisão para afetar os demais.
- Racionalidade – saber fazer as escolhas, empregando os meios mais adequados aos objetivos almejados.
- Comportamento estratégico – ter consciência que a decisão a ser tomada afetará outros jogadores, e a decisão dos outros jogadores afetará sua própria decisão.

Para a resolução de problemas misto e geral de (PLI), foi desenvolvido o algoritmo *Branch-and-Bound* (B&B), em 1960, por A. Land e G. Doig (TAHA,2008).

De acordo com Hillier e Lieberman (2010), a divisão (*branch*) é feita particionando-se o conjunto de soluções em subconjuntos cada vez menores. Então, calcula-se um limite (*bound*) de quão boa a melhor solução do subconjunto pode ser. Os subconjuntos são descartados quando seus limites indicam que não há possibilidade de eles terem uma solução ótima para o problema original.

A análise de sensibilidade também é utilizada em (PO). A análise de sensibilidade é usada com a finalidade de verificar se algumas alterações introduzidas em determinados coeficientes de um problema de otimização alteram ou influenciam a solução ótima (BARBOSA, 2014).

Para Lachtermacher (2009), a análise de sensibilidade deve avaliar o efeito de uma mudança em um coeficiente da função objetivo, em uma constante de uma restrição e em um coeficiente de uma restrição.

Segundo Passos (2008), deve-se tomar cuidado pois:

“[...] não podemos fazer crescer ou decrescer aleatoriamente os valores dos termos independentes (recursos) e manter a otimização do modelo. Existe um limite superior e inferior de acréscimo ou decréscimo nos valores, denominado intervalo de variação, onde o valor do preço sombra é mantido e, assim, o lucro permanece otimizado”. (PASSOS, 2008)

3.2 Programação linear

Para Garcia, Guerreiro e Corrar (1997), um modelo de programação linear pode ser modelado da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar ou minimizar: } z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (2)$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_i \geq 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

tal que:

- (1) É a função matemática que codifica o objetivo do problema, denominado de função-objetivo.
- (2) Funções matemáticas que codificam as restrições identificadas.

A letra (z) representa a função objetivo. As letras (C₁, C₂, C₃, etc) representam os coeficientes das variáveis da função objetivo (X₁, X₂, X₃, etc). As letras (a₁₁, a₁₂, a₂₁) também representam coeficientes, mas das restrições do modelo; e as letras (x₁, x₂, x₃, etc) representam as variáveis das restrições. As letras (b₁, b₂) representam a quantidade em valor de acordo com a restrição de cada problema. O sinal (<) ou (>) também varia de acordo com cada situação.

De acordo com Barbosa e Zanardini (2010), a programação linear (PL) se caracteriza por uma aplicação matemática utilizado com o objetivo de se atingir o melhor aproveitamento possível da produção, através da diminuição dos desperdícios dos recursos relacionados à produção, por meio da modelagem matemática e soluções de problemáticas de otimização relacionados a uma função linear com suas restrições também lineares.

Segundo Shulz et.al (2010, p.58), "A Programação Linear é de fácil aplicação devido à simplicidade do modelo e a disponibilidade de uma técnica de solução programável em computador, sendo considerada como uma das técnicas mais utilizadas na Pesquisa Operacional".

Segundo Nogueira (2003), a PL está relacionada a métodos para resolver problemas de Otimização com restrições, aonde a Função Objetivo é linear em relação às variáveis de controle e o domínio destas variáveis é ordenado por um sistema de inequações lineares.

Para Chiavenato (2003, p. 450):

“Programação Linear (PL) é uma técnica matemática que permite analisar os recursos de produção no sentido de maximizar o lucro e minimizar o custo. É uma técnica de solução de problemas que requer a definição dos valores das variáveis envolvidas na decisão para otimizar um objetivo a ser alcançado dentro de um conjunto de limitações ou restrições, que constituem as regras do jogo”.

Para Moreira (2007), um problema típico de programação linear apresenta duas partes:

- Função objetivo – representada por uma expressão que maximiza ou minimiza uma combinação de variáveis (variáveis de decisão), cuja quantidade será a solução do problema;
- Restrições – expressas nas formas de equações ou inequações matemáticas, que são formuladas devido à configuração dos próprios dados do problema.

Segundo Lisboa (2002), para a formulação do problema dentro da programação linear é necessário realizar três passos básicos:

1º - Delimitar o objetivo básico do problema, ou seja, se o fim deseja será a maximização ou minimização. Exemplos: Maximizar lucro, receita, ou minimizar custos, despesas, tempo, etc.

2º - Especificar as variáveis de decisão, de modo a possibilitar atingir o resultado desejado na função objetivo. Com as características de apresentarem valores positivos. Exemplo: Número de produtos, número de funcionários, etc.

3º - Declarar as restrições que irão limitar as variáveis de decisão. Exemplo: Equipamento disponível, mão de obra disponível, demanda do mercado, capacidade de produção, etc.

Para Lachtermacher(2009), aborda diversas terminologias utilizadas na PL:

- Solução: para o autor trata-se da especificação de valores dentro da Função Objetivo, $f(x)$, para as variáveis de decisão, não levando em consideração se a solução é desejável ou permissível.

- Solução viável: solução na qual todas as restrições são atendidas.
- Solução ótima: solução mais adequada à função objetivo, ou podendo ser tanto de maximização ou minimização, sendo única ou não.

O autor também relata determinadas hipóteses que devem ser assumidas na resolução de problemas envolvendo a PL:

- Proporcionalidade: o valor da função objetivo é proporcional aos valores de cada variável de decisão.
- Aditividade: Não pode haver interdependência entre as variáveis de decisão ou também entre as restrições, ou seja, não pode haver os termos cruzados.
- Divisibilidade: As variáveis de decisão podem assumir qualquer valor fracionário, ou seja, elas podem ser divisíveis por qualquer valor.
- Certeza: todos os parâmetros do modelo são constantes e conhecidos. Entretanto, o autor enfatiza que em um ambiente real, essa premissa dificilmente é satisfeita, por isso se faz necessário a análise de sensibilidade dos resultados.

3.2.1 Programação linear inteira

Segundo Lachtermacher (2009), a Programação Linear Inteira (PLI) está relacionada aos problemas de programação matemática em que determinadas variáveis de decisão possuem valores inteiros.

O autor relaciona dois tipos de problemas: Programação inteira total, onde todas as variáveis de decisão são do tipo inteiro e Programação inteira mista, as variáveis de decisão podem ser do tipo inteiras e real.

Para Colin (2007), em PLI, os problemas são classificados como:

- Problema de programação inteira pura: todas as variáveis são valores inteiros;
- Problema de programação inteira mista: parte das variáveis é de inteiros e parte é de variáveis contínuas;

- Problemas de programação inteira com variáveis 0-1: todas as variáveis assumem valores 0 ou 1.

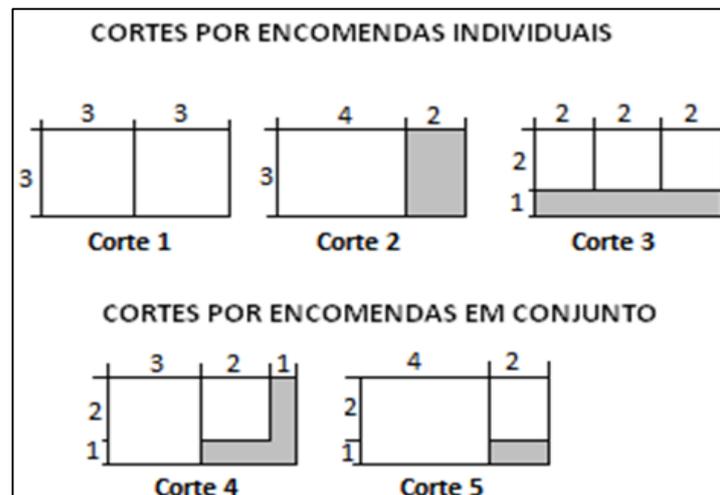
Como exemplo para ilustrar a obtenção do modelo de PLI, recorre-se a Nascimento (2012), em que o autor descreve a situação em que uma empresa produz chapas de dimensão 6m x 3m. As encomendas para um determinado período são:

- Encomenda A: 70 chapas de dimensão 3m x 3m
- Encomenda B: 60 chapas de dimensão 4m x 3m
- Encomenda C: 80 chapas de dimensão 2m x 2m

O problema a ser atacado é: Como se deve programar o corte de chapas de modo a satisfazer totalmente a procura e minimizar o desperdício total? Uma vez apresentado todo o problema, Nascimento (2012) apresenta a seguinte resolução:

Primeiramente, deve-se listar os possíveis cortes individuais e os cortes em conjunto, conforme apresentado na FIG. 2:

Figura 2– Combinações possíveis de corte de chapas.



Fonte: Adaptado de Nascimento, 2012.

Em seguida, é realizada a listagem dos possíveis modos de corte com atenção às encomendas, respeitando os cortes viáveis apresentados ainda na FIG. 2:

- No corte 1, obtém-se 2 unidades da encomenda A, com desperdício de 0m².
- No corte 2, obtém-se 1 unidade da encomenda B, com desperdício de 6m².
- No corte 3, obtém-se 3 unidades da encomenda C, com desperdício de 6m².
- No corte 4, obtém-se 1 unidade da encomenda A e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 5m².
- No corte 5, obtém-se 1 unidade da encomenda B e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 2m².

A organização destes cortes possíveis, assim como as quantidades de chapas com as dimensões requeridas e o desperdício em cada possibilidade pode ser observada na TAB. 1.

Tabela 1 – Listagem dos modos possíveis de corte.

Corte	Corte 1	Corte 2	Corte 3	Corte 4	Corte 5
Encomendas					
A (3m x 3m)	2	-	-	1	-
B (4m x 3m)	-	1	-	-	1
C (2m x 2m)	-	-	3	1	1
Desperdício	0 m ²	6 m ²	6 m ²	5 m ²	2 m ²

Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

Desta forma, inicia-se a montagem do modelo PLI ao identificar o significado das variáveis de decisão, que nada são do que o número de chapas a serem cortados segundo um determinado corte. Assim, para este problema serão necessárias cinco variáveis com as seguintes conotações:

- x_1 – Número de chapas a serem cortados segundo o corte número 1
- x_2 – Número de chapas a serem cortados segundo o corte número 2
- x_3 – Número de chapas a serem cortados segundo o corte número 3
- x_4 – Número de chapas a serem cortados segundo o corte número 4
- x_5 – Número de chapas a serem cortados segundo o corte número 5

Deseja-se que a função objetivo seja minimizada e ela será uma soma ponderada do número de chapas a serem cortados, segundo o seu plano de corte

associado e conforme as combinações apresentadas na TAB. 1, com o desperdício unitário ocorrido nos seus respectivos planos de corte.

Este problema de PLI baseia-se na minimização de uma função objetivo, na qual a busca do mínimo deverá obedecer a um conjunto de restrições, que são obtidas pelas somas ponderadas, para cada encomenda, entre as variáveis de decisão anteriormente definidas e a quantidade possível de cortes apresentadas na TAB. 1.

Assim, o modelo de PLI associado ao problema de corte citado será:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimizar} & z = 0x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 2x_5(\text{desperdício}) \\
 \text{sujeito a} & 2x_1 + x_4 \geq 70 \text{ (encomenda A)} \\
 & x_2 + x_5 \geq 60 \text{ (encomenda B)} \\
 & 3x_3 + x_4 + x_5 \geq 80 \text{ (encomenda C)} \\
 & x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 5 \text{ e inteiros}
 \end{array}$$

onde os valores 70, 60 e 80 são as quantidades de chapas requeridas por cada uma das encomendas.

Inserindo os dados do problema de PLI no *software* Excel®, com o auxílio da ferramenta Solver será exibida a melhor solução para o problema. O Solver ajusta os valores nas células variáveis de decisão para satisfazer aos limites sobre as células de restrições e produzir o resultado desejado para a célula objetivo, de acordo como o algoritmo *Branch and Bound*(TAHA, 2008).

Como resultado deste exemplo, o Solver fornecerá a seguinte resposta:

- Valor da função objetivo: 160 (Desperdício de 160m²)
- Corte 1: 35 chapas
- Corte 2: 0 chapas
- Corte 3: 0 chapas
- Corte 4: 0 chapas
- Corte 5: 80 chapas

Ao cortar 35 chapas do corte 1, obtém-se 70 chapas de dimensão 3m x 3m com desperdício de 0m². Por sua vez, ao cortar 80 chapas do corte 5, obtém-se 80

chapas de dimensão 4m x 3m, e 80 chapas de dimensão 2m x 2m, com desperdício de 160m² (2m x 80 chapas). Logo, a demanda será atendida e o desperdício será de 160m².

3.3 Softwares para resolução de problemas de Programação Linear

Para a solução do método Simplex, podem ser empregados diversos *softwares*, tais como o LINDO, o SOLVER, o LINGO e o VISUAL XPRESS.

O software LINDO (*Linear, Interactive and Discrete Optimizer*), é um software desenvolvido pela Lindo Systems Inc. de Chicago, Illinois, EUA, exclusivo para resolução de modelos matemáticos de programação linear quadrática ou inteira. Possui capacidade de resolver problemas com até 100.000 variáveis, sendo Extended, a de maior extensão. (PRADO, 2007)

Para Rehfeldt (2009), o LINDO é um software de fácil entendimento e execução rápida, sendo viável sua utilização na disciplina de PO e cursos de administração.

Aos conceitos de McFedries (2009), o Solver é um programa de otimização sofisticado que permite encontrar as soluções para problemas complexos, permitindo as seguintes vantagens:

- Especificar múltiplas células ajustáveis
- Configurar restrições nas células ajustáveis
- Procurar não apenas o resultado desejado, mas também o resultado ótimo
- Capacidade de gerar múltiplas soluções (para problemas complexos)

Segundo Silveira, Lavratti e Benito (2004), o solver apresenta uma grande aplicabilidade em problemas relacionados à Programação Linear, com a utilização de planilhas eletrônicas, como por exemplo, o Excel da Microsoft e o Calc do Libre Office. Através da inserção da Função Objetivo, variáveis de decisão e restrições na planilha eletrônica, o solver avalia todas as informações inseridas e retorna o resultado ótimo, ou seja, o melhor resultado possível, dadas as limitações do cenário.

De acordo com Junior e Souza (2004), o LINGO também trabalha casos de otimização para resolver problemas de programação linear. Seu funcionamento é semelhante aos citados acima, sendo necessário entrar com o modelo matemático e inserir as informações necessárias (função objetivo, variáveis e restrições. Depois de fazer isso, é só acionar a ferramenta “solve” e o *software* exibirá os resultados.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Descrição e caracterização da empresa

A pesquisa foi realizada em uma empresa do setor vidraceiro, localizada no município de Formiga (MG) e está no mercado há quase 20 anos. Como principais atividades são as vendas e instalação de vidros temperados, vidros comuns e espelhos e conta com a colaboração de dez funcionários.

Os vidros temperados são exclusivos da marca Blindex[®], fornecidos por uma vidraçaria localizada no município de Belo Horizonte (BH), em Minas Gerais (MG). Os pedidos são feitos sob encomenda, de acordo com as necessidades e especificações dos clientes. A lapidação e o corte dos vidros são realizados pelo fornecedor em BH, visto que, depois de temperados, os vidros não podem sofrer alterações, caso contrário, podem ser danificados.

Vidros comuns e espelhos são fornecidos, na maioria das vezes, por empresas localizadas no município de Campo Belo (MG), Pouso Alegre (MG), ou Uberlândia (MG). As chapas de vidro e espelhos são encomendadas de forma a atender a demanda por aproximadamente quinze dias, trabalhando assim, com uma quantidade mínima de chapas em estoque. O pedido é realizado quando quaisquer chapas de vidros estão acabando, e de acordo com a quantidade em estoque das outras chapas, o pedido é realizado de forma a equilibrar o estoque, não existindo nenhuma metodologia para estoque. O corte dos vidros é realizado manualmente no local de venda, de acordo com a demanda de clientes.

Os acessórios necessários para a instalação dos vidros e espelhos têm como principais fornecedores duas empresas no município de São Paulo (SP), uma no município de Varginha (MG), e outra no município de Belo Horizonte (MG). Somente os itens mais vendidos possuem quantidade disponível em estoque. Esses acessórios não possuem quantidade certa para estoque, apenas há uma estimativa de peças a serem utilizadas entre um pedido e outro.

4.2 Coleta de dados

Os dados utilizados nesta pesquisa serão obtidos por meio de pesquisa documental através de registros internos da empresa, buscando as medidas e quantidades dos vidros solicitadas. Os tipos de vidros que podem ser encontrados na loja são:

- Vidro Ártico
- Vidro Canelado
- Vidro Cristal incolor 2mm
- Vidro Cristal incolor 3mm
- Vidro Cristal incolor 4mm
- Vidro Cristal incolor 5mm
- Vidro Cristal incolor 6mm
- Vidro Mini Boreal
- Espelho Cristal incolor 3mm

O período escolhido para este estudo foi 04/08/2014 a 07/08/2014.

Os dados serão organizados em uma tabela, de acordo com o tipo, quantidade e medida dos vidros com o propósito de criar um modelo de Programação Linear Inteira (PLI), que irá minimizar o desperdício de vidros, por meio dos tipos possíveis de corte em um dado material de dimensão definida. Para a resolução deste modelo, os dados serão tratados pelo *software* Excel®, através da ferramenta Solver que será configurada de acordo com as necessidades para desenvoltura do problema.

A TAB. 2 apresenta o tipo de vidro, as medidas solicitadas e suas quantidades correspondentes.

Tabela 2 – Dados das encomendas de vidros solicitadas no período da pesquisa.

DATA DA SOLICITAÇÃO	TIPO DO VIDRO	MEDIDA	QUANTIDADE
06/08/2014	VIDRO ARTICO	590 x 660	3
05/08/2014	VIDRO ARTICO	160 X 675	6
05/08/2014	VIDRO ARTICO	172 X 180	40
05/08/2014	VIDRO ARTICO	140 X 700	12
04/08/2014	VIDRO ARTICO	345 X 140	4
07/08/2014	VIDRO CANELADO	575 X 185	16
05/08/2014	VIDRO CANELADO	465 X 146	8
05/08/2014	VIDRO CANELADO	160 X 165	9
07/08/2014	VIDRO CANELADO	147 X 670	3
04/08/2014	VIDRO LISO 3MM	157 X 153	32
07/08/2014	VIDRO LISO 3MM	165 X 140	9
04/08/2014	VIDRO LISO 3MM	350 X 350	24
05/08/2014	VIDRO LISO 3MM	550 X 660	6
07/08/2014	VIDRO LISO 3MM	330 X 252	20
04/12/2014	VIDRO LISO 4MM	195 X 400	4
05/08/2014	VIDRO LISO 4MM	300 X 900	6
05/08/2014	VIDRO LISO 6MM	350 X 140	3
05/08/2014	VIDRO LISO 6MM	500 X 300	4
04/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	193 X 217	12
05/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	190 X 365	4
07/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	154 X 147	36
04/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	140 X 157	12
06/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	147 X 157	20
04/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	174 X 178	42
04/08/2014	VIDRO MINI BOREAL	177 X 180	16
06/08/2014	ESPELHO CRISTAL 3MM	600 X 900	28
05/08/2014	ESPELHO CRISTAL 3MM	1200 X 900	11
06/08/2014	ESPELHO CRISTAL 3MM	1000 X 800	18

Fonte: Da própria autora (2014).

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

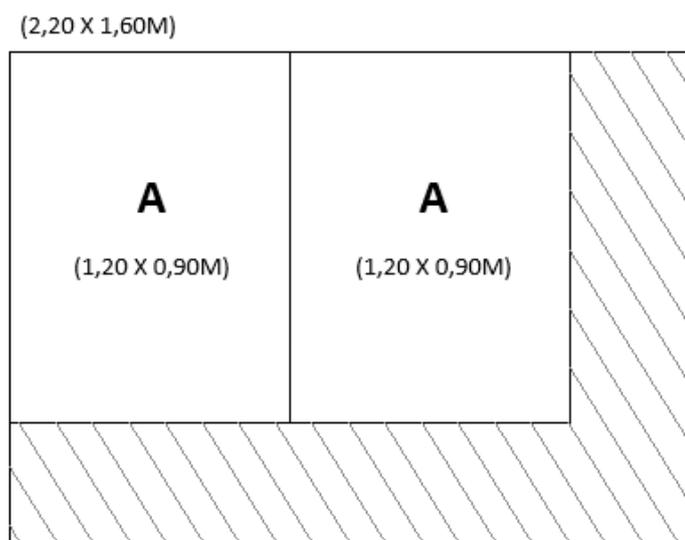
Para este estudo, foram escolhidas as medidas solicitadas de espelho que obtinham maiores dimensões em maior quantidade, simplificando a modelagem das possibilidades de corte:

- Encomenda A - 11 chapas de 1200 x 900 mm
- Encomenda B - 18 chapas de 1000 x 800 mm
- Encomenda C - 28 chapas de 900 x 600 mm

Atualmente, a empresa não utiliza nenhuma técnica para cortar os vidros e espelhos. O corte é realizado conforme a solicitação do cliente de acordo com a chegada dos pedidos. Considerando essas informações, os espelhos foram cortados sem nenhum planejamento, ocasionando os desperdícios listados a seguir:

- a) Encomenda A: Conforme corte x1. (FIG.3).

Figura 3 – Corte conforme pedido da encomenda A.

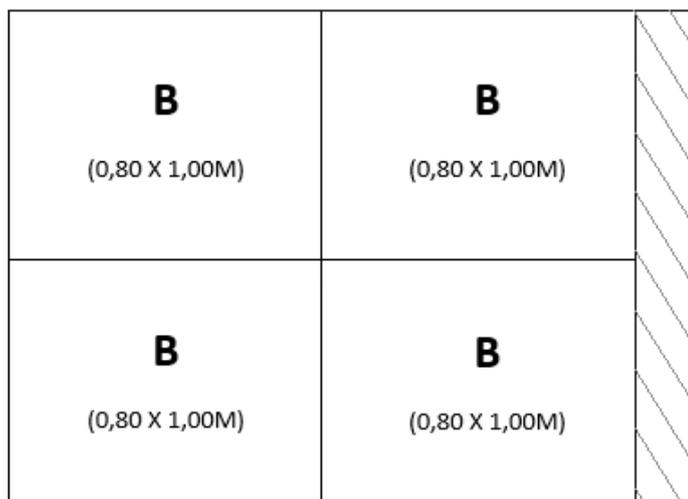


Fonte: Da própria autora (2014).

- Chapas necessárias para o corte = 6 chapas
- Desperdício de cada chapa = 1,36 m²
- Desperdício total da encomenda A = 9,24 m²

b) Encomenda B: Conforme corte x2. (FIG. 4).

Figura 4 – Corte conforme pedido da encomenda B.
(2,20 X 1,60M)

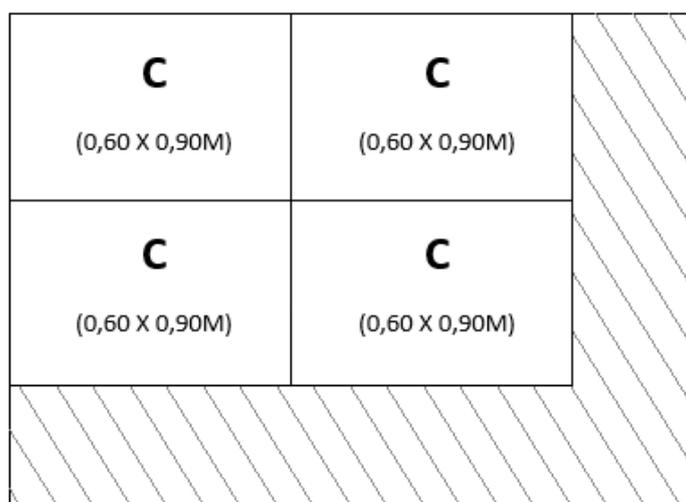


Fonte: Da própria autora (2014).

- Chapas necessárias para o corte = 5 chapas
- Desperdício de cada chapa = 0,32 m²
- Desperdício total da encomenda B = 3,20 m²

c) Encomenda C: Conforme corte x3. (FIG. 5).

Figura 5 – Corte conforme pedido da encomenda C.
(2,20 X 1,60M)



Fonte: Da própria autora (2014).

- Chapas necessárias para o corte = 7 chapas
- Desperdício de cada chapa = 1,36 m²
- Desperdício total da encomenda C = 9,52 m²

O desperdício total das três encomendas é dado por:

$$9,24 \text{ m}^2 + 3,20 \text{ m}^2 + 9,52 \text{ m}^2 = 21,96 \text{ m}^2$$

O objetivo deste trabalho é criar um planejamento de forma a minimizar este desperdício. Para isso, será aplicado o método apresentado por Nascimento (2012).

Para estas medidas, listou-se os possíveis modelos de cortes individuais e cortes em conjuntos. A representação gráfica destes cortes está disponível no Apêndice A.

A listagem dos possíveis modos de corte, respeitando às encomendas é apresentada a seguir:

- No corte x1, obtém-se 2 unidades da encomenda A, com desperdício de 1,36 m².
- No corte x2, obtém-se 4 unidades da encomenda B, com desperdício de 0,32 m².
- No corte x3, obtém-se 4 unidades da encomenda C, com desperdício de 1,36 m².
- No corte x4, obtém-se 1 unidade da encomenda A e 2 unidades da encomenda B, com desperdício de 0,84 m².
- No corte x5, obtém-se 1 unidade da encomenda A e 3 unidades da encomenda C, com desperdício de 0,82 m².
- No corte x6, obtém-se 2 unidades da encomenda B, e 2 unidades da encomenda C, com desperdício de 0,84 m².
- No corte x7, obtém-se 3 unidades da encomenda B e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 0,58 m².
- No corte x8, obtém-se 1 unidade da encomenda B, e 3 unidades da encomenda C, com desperdício de 1,10 m².

- No corte x9, obtém-se 1 unidade da encomenda A, 1 unidade da encomenda B, e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 1,10 m².
- No corte x10, obtém-se 2 unidades da encomenda B, e 3 unidades da encomenda C, com desperdício de 0,30 m².
- No corte x11, obtém-se 5 unidades da encomenda C, com desperdício de 0,82 m².
- No corte x12, obtém-se 2 unidades da encomenda A, e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 0,82 m².
- No corte x13, obtém-se 1 unidade da encomenda A, 2 unidades da encomenda B, e 1 unidade da encomenda C, com desperdício de 0,30 m².
- No corte x14, obtém-se 1 unidade da encomenda A, 1 unidade da encomenda B, e 2 unidades da encomenda C, com desperdício de 0,56 m².

A organização destes cortes possíveis, assim como as quantidades de chapas com as dimensões requeridas e o desperdício em cada possibilidade pode ser observada na TAB. 3.

Tabela 3 – Quantidade de cortes possíveis e desperdícios correspondentes a cada possibilidade de corte.

Corte	Encomenda A	Encomenda B	Encomenda C	Desp. (m ²)
X1	2	0	0	1,36
X2	0	4	0	0,32
X3	0	0	4	1,36
X4	1	2	0	0,84
X5	1	0	3	0,82
X6	0	2	2	0,84
X7	0	3	1	0,58
X8	0	1	3	1,1
X9	1	1	1	1,1
X10	0	2	3	0,3
X11	0	0	5	0,82
X12	2	0	1	0,82
X13	1	2	1	0,3
X14	1	1	2	0,56

Fonte: Da própria autora (2014).

Desta forma, inicia-se a montagem do modelo PLI ao identificar o significado das variáveis de decisão. Assim, para este problema serão necessárias quatorze variáveis com as seguintes conotações:

- x_1 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 1
- x_2 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 2
- x_3 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 3
- x_4 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 4
- x_5 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 5
- x_6 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 6
- x_7 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 7
- x_8 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 8
- x_9 – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 9
- x_{10} – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 10
- x_{11} – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 11
- x_{12} – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 12
- x_{13} – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 13
- x_{14} – Número de chapas a serem cortadas segundo o corte número 14

Desta forma, o modelo de PLI associado ao problema de corte citado será:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } z &= 1,36x_1 + 0,32x_2 + 1,36x_3 + 0,84x_4 + 0,82x_5 + 0,84x_6 + 0,58x_7 \\ &\quad + 1,10x_8 + 1,10x_9 + 0,3x_{10} + 0,82x_{11} + 0,82x_{12} + 0,3x_{13} \\ &\quad + 0,56x_{14} \text{ (desperdício)} \\ \text{sujeito a } &2x_1 + x_4 + x_5 + x_9 + 2x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 11 \text{ (encomenda A)} \\ &4x_2 + 2x_4 + 2x_6 + 3x_7 + x_8 + x_9 + 2x_{10} + 2x_{13} + x_{14} \geq \\ &18 \text{ (encomenda B)} \\ &4x_3 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 + 3x_8 + x_9 + 3x_{10} + 5x_{11} + x_{12} + x_{13} + 2x_{14} \geq \\ &28 \text{ (encomenda C)} \\ &x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 14 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

onde os valores 11, 18 e 28 são as quantidades de chapas requeridas por cada uma das encomendas. Para resolver o problema utilizando a ferramenta Solver do Excel, os dados foram inseridos na planilha conforme a FIG. 6.

Figura 6– Representação dos cortes com seus respectivos desperdícios e restrições.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1		0																	
2																			
3			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14			
4	Variáveis	Quantidade de corte																	
5																			
6	Dados	Desperdício por corte [m ²]	1,36	0,32	1,36	0,84	0,82	0,84	0,58	1,1	1,1	0,3	0,82	0,82	0,3	0,56			
7																			
8																			
9																	LE	Sinal	LD
10	Restrições	Encomenda A (1,20x0,90)	2	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	2	1	1		>=	11
11		Encomenda B (1,00x0,80)	0	4	0	2	0	2	3	1	1	2	0	0	2	1		>=	18
12		Encomenda C (0,90x0,60)	0	0	4	0	3	2	1	3	1	3	5	1	1	2		>=	28

Fonte: Da própria autora (2014).

A célula A1 representa a função objetivo, ou seja, nesta célula será calculado o valor de desperdício (que corresponde à função objetivo deste modelo de Programação Linear). As células C4 a P4 representam as células variáveis (variáveis de decisão). Nelas, o Solver fornecerá quantas unidades de cada corte será necessário para suprir as encomendas.

Por sua vez, as células S10 a S12 representam as restrições do modelo e constituem os valores das chapas em quantidades mínimas necessárias. As células Q10 a Q12 representam as quantidades totais de chapas que se obtém multiplicando a quantidade de chapas de cada corte pela quantidade fornecida pelo solver nas células variáveis. As células Q10 a Q12 devem ser maiores ou iguais às células S10 a S12. Como resposta, o Solver forneceu as seguintes informações:

- Valor da função objetivo: 5,10 (Desperdício de 5,10 m²)
- Corte X1: 0 chapas
- Corte X2: 0 chapas
- Corte X3: 0 chapas
- Corte X4: 0 chapas
- Corte X5: 0 chapas
- Corte X6: 0 chapas

- Corte X7: 0 chapas
- Corte X8: 0 chapas
- Corte X9: 0 chapas
- Corte X10: 6 chapas
- Corte X11: 0 chapas
- Corte X12: 0 chapas
- Corte X13: 11 chapas
- Corte X14: 0 chapas

A solução do problema de corte indica que, para reduzir o desperdício de vidros para o atendimento das encomendas, é necessário cortar 6 chapas do corte X10, obtendo assim 12 chapas para a encomenda B (1,00 x 0,80) e 18 chapas para a encomenda C (0,60x 0,90), com desperdício de 1,80 m². Por sua vez, também é necessário 11 chapas do corte X13, obtendo 11 chapas para encomenda A (1,20 x 0,90), 22 chapas para a encomenda B (1,00 x 0,80), e 11 chapas para a encomenda C (0,60 x 0,90), com desperdício de 3,3 m². Desta forma, com estes cortes a demanda será atendida e o desperdício será de apenas 5,10 m², conforme pode ser visualizado na Fig. 4.

De acordo com os exemplos especificados acima, o corte dos espelhos sem a utilização de nenhuma técnica de corte, resultou no total de 21,96 m² de desperdício de matéria prima, enquanto que, com a utilização do modelo de programação linear inteira resultaria em um desperdício de apenas 5,10 m². Com efeito, o desperdício de 5,10 m² resultante do método proposto corresponderia à 23,22% do desperdício inicial o qual não utiliza nenhuma metodologia para o corte, o que leva a uma redução de 76,77% de desperdício da matéria prima.

Considerando o preço de custo do metro quadrado da matéria prima de R\$ 45,00, para atender a demanda de espelhos das encomendas A, B e C sem a utilização de nenhuma técnica ou planejamento para o corte, seriam gastas 18 chapas de espelhos, que resultaria em um desperdício de 21,96 m², totalizando um custo, em função deste desperdício, para a vidraçaria de R\$ 988,20. Com a utilização da programação linear inteira, seriam gastas 17 chapas, com desperdício de apenas 5,10 m², tendo como custo de desperdício o valor de R\$ 229,50. Quanto à minimização deste desperdício em valores financeiros, o valor corresponde à

diferença de R\$ 758,70. Para este resultado, levando em consideração esta demanda para todo mês, o valor economizado por ano seria de R\$ 9.104,40.

6 CONCLUSÃO

A Pesquisa Operacional, devido ao seu caráter multidisciplinar e científico vem sendo cada vez mais utilizado em empresas, onde suas ferramentas de otimização são aplicadas para a resolução de problemas cotidianos, auxiliando os gestores na tomada de decisão. Essas ferramentas visam otimizar os recursos disponíveis, e ajudam a desenvolver métodos e estratégias eficientes para o crescimento da empresa, tornando-a mais competitiva e agindo como instrumento para a obtenção de lucros expressivos.

O estudo de caso realizado mostrou a eficácia da utilização da ferramenta de Pesquisa Operacional (PLI), comprovando que as empresas devem optar cada vez mais por métodos de otimização em suas tomadas de decisões. Com a aplicação do método proposto, a empresa conseguiria diminuir 76,77% do desperdício no corte de vidros, aplicado ao exemplo especificado, levando a uma economia anual de R\$ 9.104,40, levando em consideração uma demanda mensal conforme apresentada neste trabalho.

Conforme esperado, a programação linear mostrou-se uma ferramenta poderosa para lidar com problemas de alocação de recursos, fazendo com que uma empresa de porte pequeno consiga diminuir seus desperdícios de matéria-prima e, conseqüentemente, aumentar a sua produtividade. Pode-se concluir, pois, que a pergunta-problema foi respondida, a hipótese comprovada e os objetivos atingidos.

REFERÊNCIAS

ARENALES, M.N. et al. **Pesquisa Operacional**. Elsevier, 2007.

BARBOSA, M.A. e ZANARDINI, R.A. **Iniciação à pesquisa operacional no ambiente de gestão**. 2. ed. Curitiba: InterSaber, 2014.

BRONSON, Richard. **Pesquisa operacional**. São Paulo: McGrawHill do Brasil, 1985.

CARDOSO, Domingos Moreira. **O método simplex generalizado**. 1992.

CHIAVENATO, Idalberto. **Introdução à teoria geral da administração: uma visão abrangente da moderna administração das organizações**. 7. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

FIANI, Ronaldo. **Teoria dos jogos**. Elsevier Brasil, 2006.

GARCIA, S.; GUERREIRO, R.; CORRAR, L. J. **Teoria das Restrições e Programação Linear**. Trabalho apresentado no V Congresso Internacional de Custos, Acapulco, México, 1997.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. **Otimização Combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

JUNIOR, A. C. G., SOUZA, M. J. F. **Softwares de otimização: manual de referência**. Universidade Federal de Ouro Preto, 2004. 72 p.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2009.

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. Pesquisa operacional. **Apostila do curso de pesquisa operacional**. Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://www.ecnsoft.net/wp-content/plugins/downloads->

manager/upload/Apostila%20de%20Pesquisa%20Operacional%20I%20-%2057pg.pdf>. Acesso em: 17/04/14.

MCFEDRIES, P. **Fórmulas e funções com Microsoft® Office Excel 2007**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

NASCIMENTO, S. V. **Pesquisa operacional e análise de investimentos: Suas aplicações na indústria e nos serviços com utilização do software LINDO**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2012.

NOGUEIRA, FMA. **Programação Linear**. Departamento de Engenharia de Produção. Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: [www.engprod.ufjf.br/fernando/epd015/programa% E7% E3o_ linear. pdf](http://www.engprod.ufjf.br/fernando/epd015/programa%20E7%E3o_linear.pdf). Acesso em, 21 de Abril de 2014, v. 12, p. 05-07, 2003.

PASSOS, E. J. P. F. dos. **Programação Linear como instrumento da pesquisa operacional**. São Paulo: Atlas, 2008.

PRADO, D. S. **Programação Linear**. 5.ed. Belo Horizonte, MG: Editora Instituto de Desenvolvimento Gerencial TecS, 2007. v.1.

REHFELDT, M. J. H. **A aplicação de modelos matemáticos em situações - problemas empresariais com uso do software LINDO**. 299 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.

SHAMBLIN, J. E.; STEVENS, G.T. **Pesquisa Operacional: Uma Abordagem Básica**. São Paulo: Atlas, 1979.

SHULZ, JAT et al. Pesquisa operacional aplicada à logística de transporte. In: II Salão de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Bento Gonçalves. **Anais...** Bento Gonçalves: IFRS, 2010, p. 58-63. Disponível em: <http://www.bento.ifrs.edu.br/files/Anais_II_SIC.pdf>. Acesso em: 25 out. 2014.

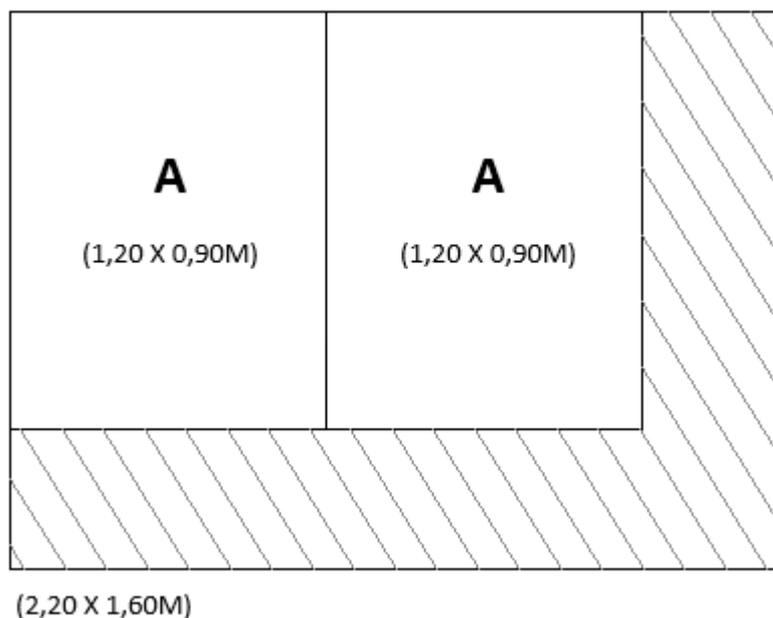
SILVA, E. M. et al. **Pesquisa Operacional**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

SILVEIRA, C. A.; LAVRATTI, F. B.; BENITO, R. C. **Pesquisa operacional no ensino da logística**. 2004.

TAHA, H. **Pesquisa Operacional**: uma visão geral. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

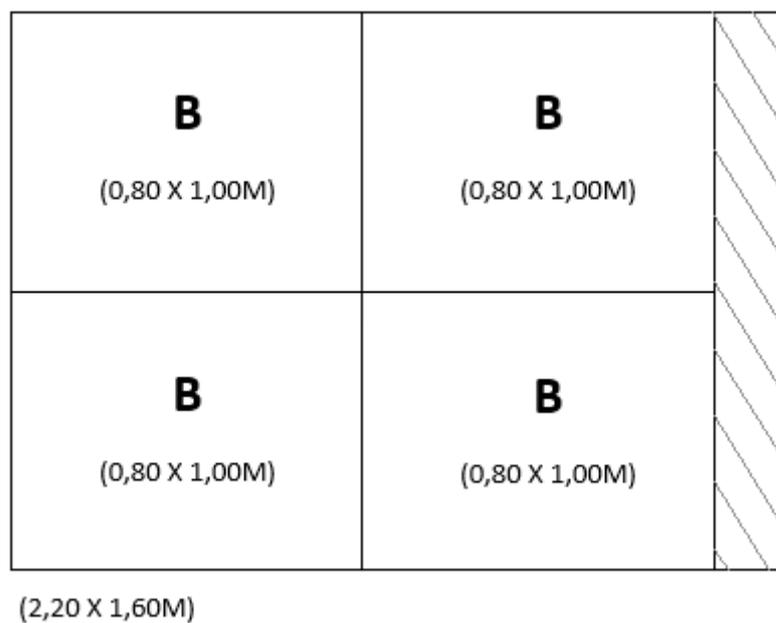
APÊNDICE A – MODELOS POSSÍVEIS DE CORTES INDIVIDUAIS E CORTES EM CONJUNTOS

Figura A.1 – Corte1.



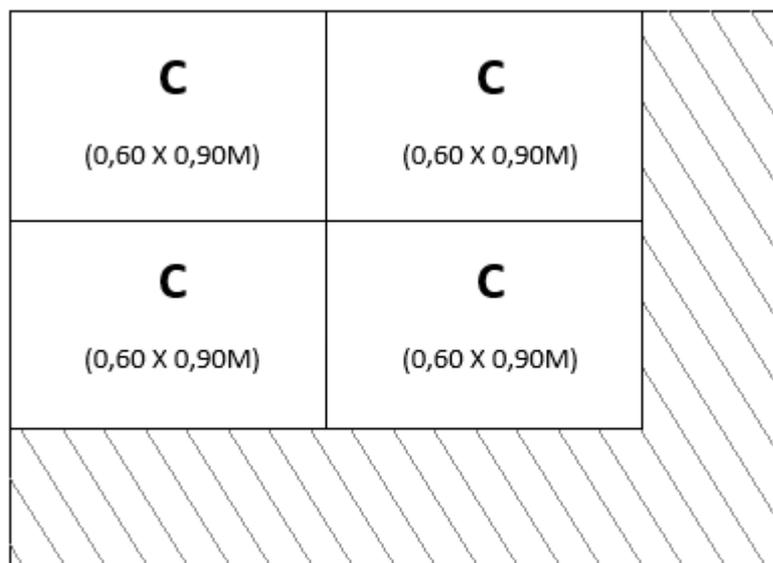
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.2 – Corte 2.



Fonte: Da própria autora (2014)

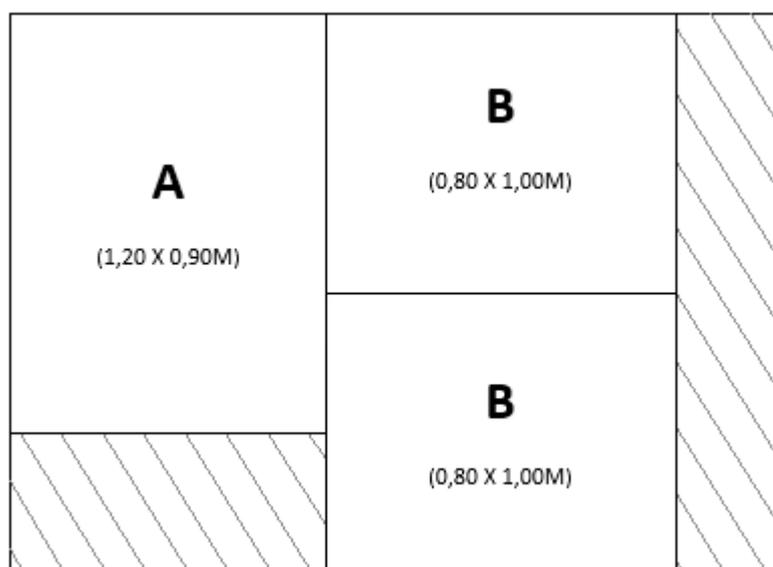
Figura A.3 – Corte 3.



(2,20 X 1,60M)

Fonte: Da própria autora (2014)

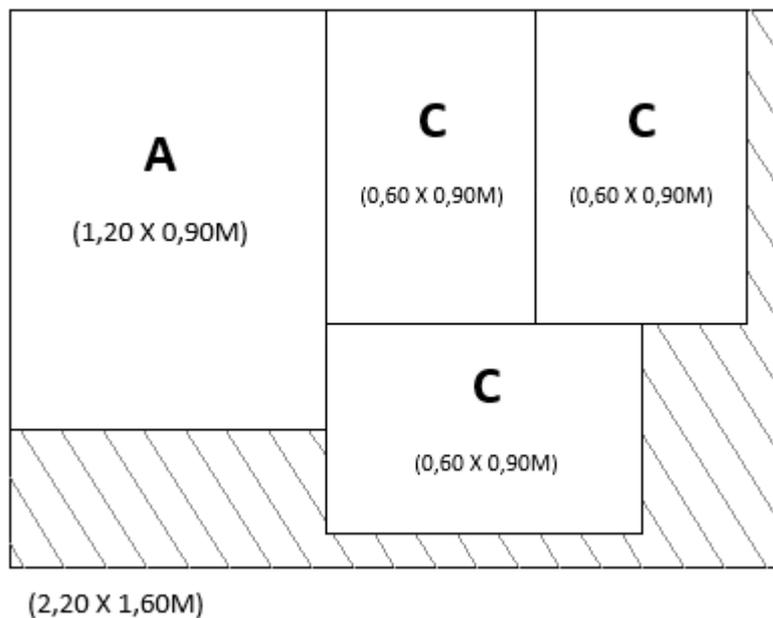
Figura A.4 – Corte 4.



(2,20 X 1,60M)

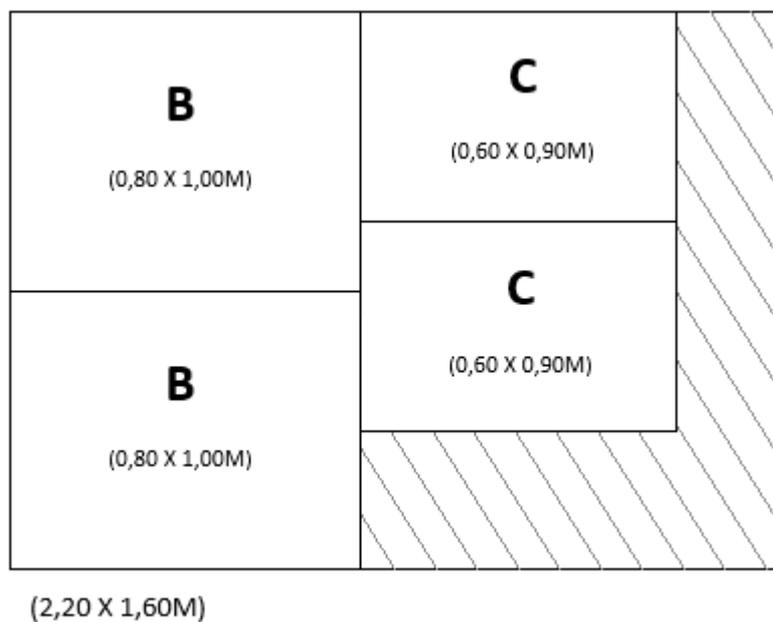
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.5 – Corte 5.



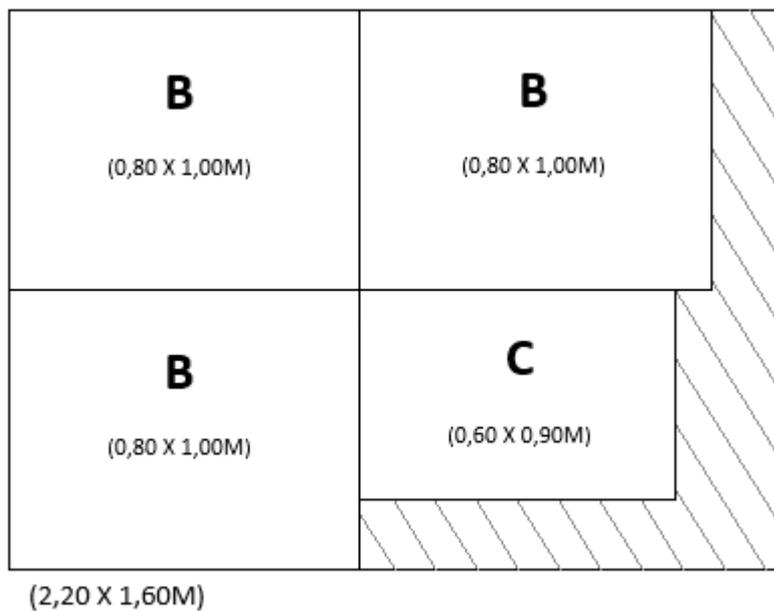
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.6 – Corte 6.



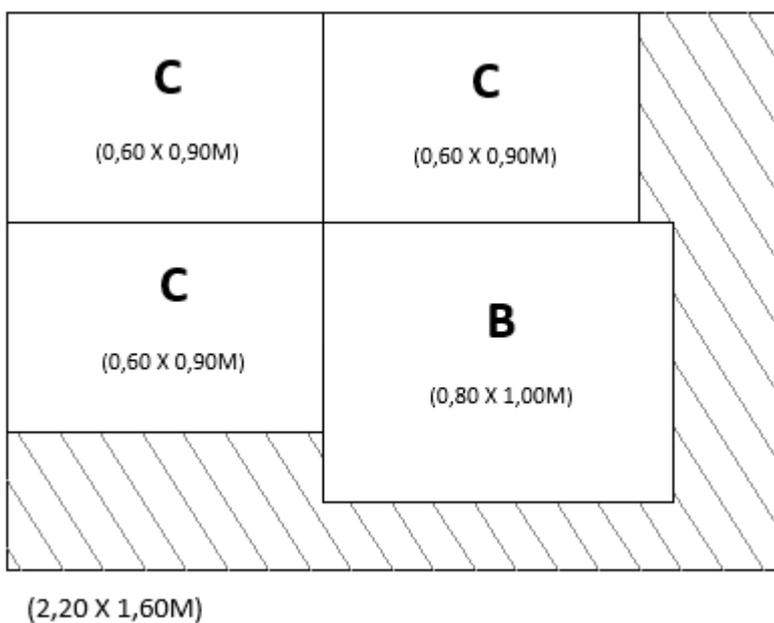
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.7 – Corte 7.



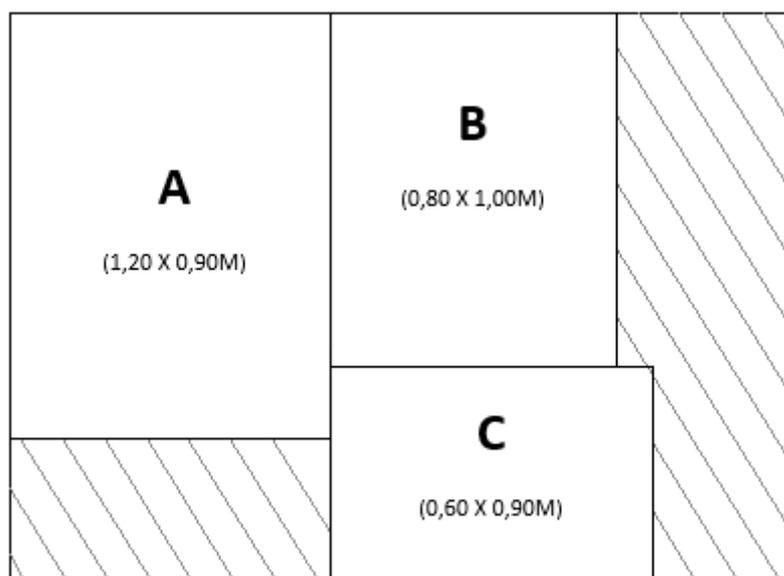
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.8 – Corte 8.



Fonte: Da própria autora (2014)

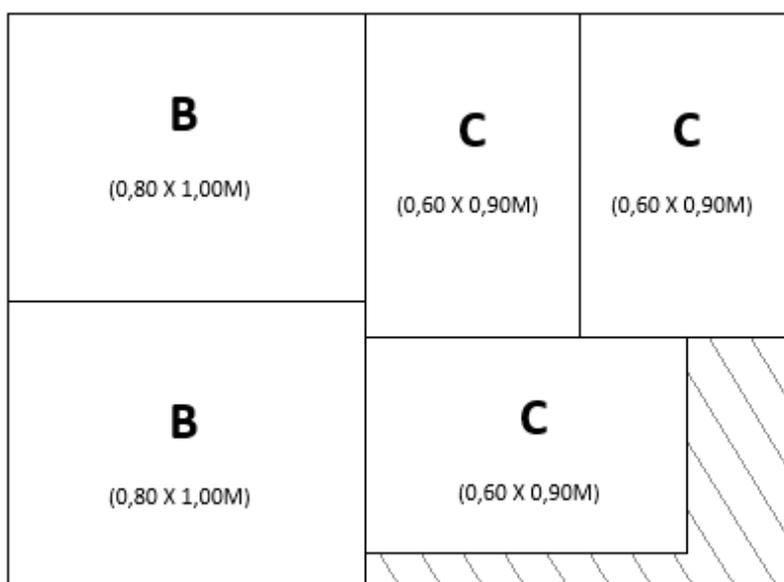
Figura A.9 – Corte 9.



(2,20 X 1,60M)

Fonte: Da própria autora (2014)

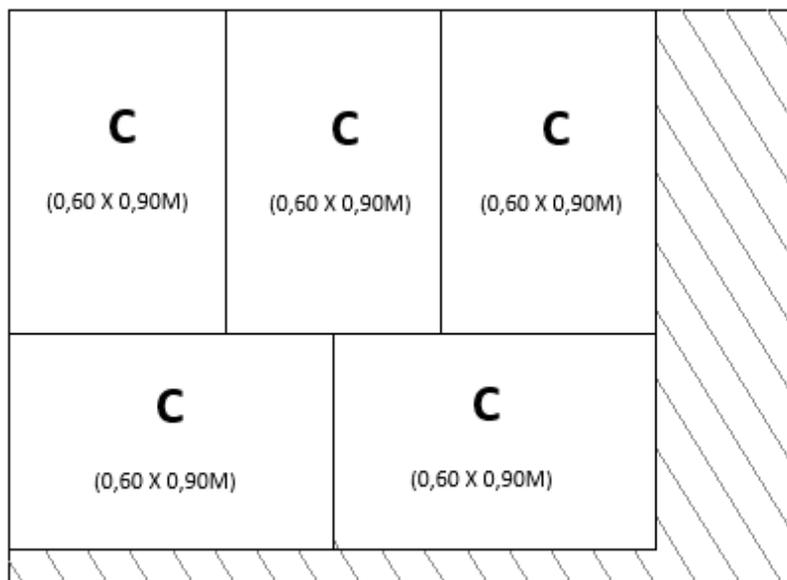
Figura A.10 – Corte 10.



(2,20 x 1,60M)

Fonte: Da própria autora (2014)

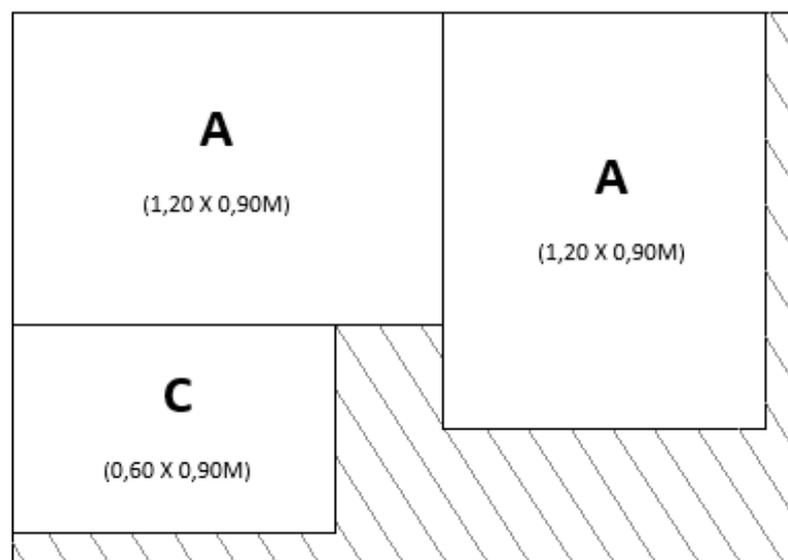
Figura A.11 – Corte 11.



(2,20 x 1,60M)

Fonte: Da própria autora (2014)

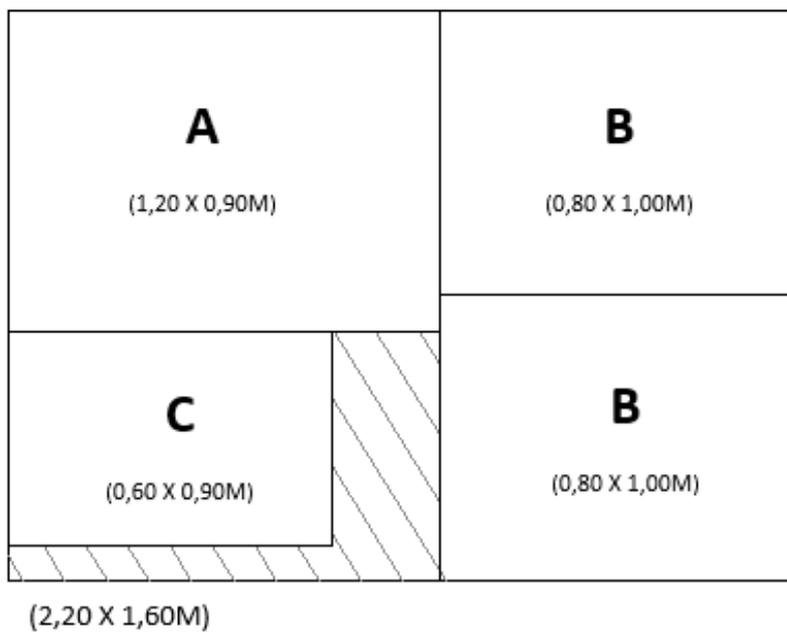
Figura A.12 – Corte 12.



(2,20 x 1,60M)

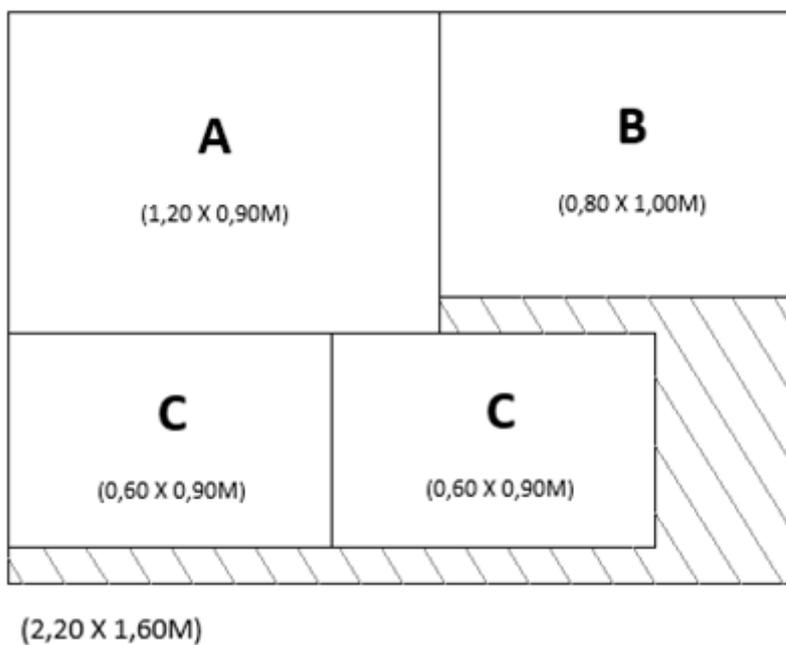
Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.13 – Corte 13.



Fonte: Da própria autora (2014)

Figura A.14 – Corte 14.



Fonte: Da própria autora (2014)