

CENTRO UNIVERSITÁRIO DE FORMIGA – UNIFOR – MG
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL
LORENA DE PAIVA ARANTES

DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA CÁLCULO DE LAJES MACIÇAS
DE CONCRETO ARMADO

FORMIGA – MG
2017

LORENA DE PAIVA ARANTES

DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA CÁLCULO DE LAJES MACIÇAS DE
CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil do UNIFOR-MG, como
requisito para obtenção do título de bacharel em
Engenharia Civil.

Orientadora: Prof^ª. Esp. Mariana Del Hoyo Sornas

FORMIGA – MG

2017

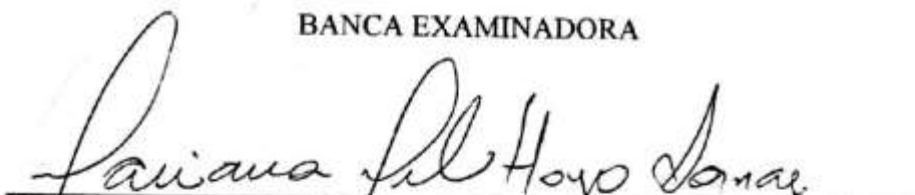
Lorena de Paiva Arantes

DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA CÁLCULO DE LAJES MACIÇAS DE
CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil do UNIFOR-MG, como
requisito para obtenção do título de bacharel em
Engenharia Civil

Orientadora: Prof.^a Esp. Mariana Del Hoyo Sornas

BANCA EXAMINADORA


Prof.^a Esp. Mariana Del Hoyo Sornas
Orientadora


Prof.^a M.^a Alessandra Cláudia Cabanelas da Silva

UNIFOR-MG


Prof.^o M.e. Cezar Augusto Silvino Figueredo
UNIFOR-MG

Formiga, 27 de outubro de 2017

A662 Arantes, Lorena de Paiva.
Desenvolvimento de aplicativo para cálculo de lajes maciças de
concreto armado / Lorena de Paiva Arantes. – 2017.
75 f.

Orientadora: Mariana Del Hoyo Sornas.
Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil)-Centro
Universitário de Formiga-UNIFOR, Formiga, 2017.

1. Aplicativo. 2. Lajes. 3. Cálculo estrutural. I. Título.

CDD 624.1834

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus, por me permitir essa oportunidade, também a todos que de alguma forma fizeram parte deste momento de minha vida, o alcance de um curso superior. Dedico este trabalho a vocês! Meu agradecimento especial a minha orientadora, professora Mariana Del Hoyo Sornas, por todo apoio e incentivo. Exemplo de professora e profissional a ser seguido, que demonstra a paixão pela profissão e pela docência. Aos meus pais e meu irmão sempre presentes, incentivando e apoiando em tudo, principalmente nos meus estudos. Ao meu namorado Adriano que de forma especial e carinhosa me deu força e coragem, me apoiando e ajudando nos momentos de dificuldades. Ao meu filho Henrique, razão da minha vida, por me encorajar a ser sempre melhor por você. Aos professores do UNIFOR pela dedicação e empenho que destinam às aulas, buscando nos passar aquilo que sabem da melhor forma possível, obrigada! A todos os meus familiares, que acompanharam toda minha trajetória, pelo apoio incondicional e compreensão nos momentos difíceis. A vocês meu eterno agradecimento!

RESUMO

Todas as construções sempre estão sujeitas à esforços e estes devem ser calculados a fim de garantir a estabilidade de sua estrutura. O projetista também deve buscar soluções para diminuir o desperdício e o custo da obra, sendo imprescindível o uso de técnicas para suprir estas necessidades, com agilidade e segurança nas informações. Deste modo, o presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um aplicativo que promova, com eficácia e praticidade, o cálculo de lajes maciças e retangulares em concreto armado. O trabalho se justifica por apresentar um aplicativo gratuito, simples e que busca atender a necessidades de estudantes do curso de Engenharia Civil e projetistas estruturais. Para tanto, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre dimensionamento de lajes e, após a obtenção das informações e definição dos métodos a serem utilizados, foi desenvolvido um aplicativo na ferramenta *Android Studio*. Todas as janelas do aplicativo foram apresentadas e este foi validado após conferência com os cálculos manuais, baseado na pesquisa bibliográfica. O programa mostrou eficiente e apto para ser utilizado tanto no meio acadêmico quanto no profissional.

Palavras-chave: Aplicativo. Lajes. Cálculo estrutural.

ABSTRACT

All constructions are always subject to stress and must be calculated in order to ensure the stability of their structure. The designer must also seek solutions to reduce the waste and the cost of the work, being indispensable the use of techniques to meet these needs, with agility and security in the information. In this way, the objective of this work is the development of an application that efficiently and practically promotes the calculation of solid and rectangular slabs in reinforced concrete. The work is justified by presenting a free, simple application that seeks to meet the needs of students of the Civil Engineering course and structural designers. For this, a bibliographic research was carried out on tile design and, after obtaining the information and definition of the methods to be used, an application was developed in the tool Android Studio. All the application windows were presented and this was validated after a conference with the manual calculations, based on the bibliographic search. The program has proved to be efficient and suitable for use both in academic and professional environments.

Keywords: Application. Slabs Structural calculus.

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ELU – Estado limite último

ELS – Estado limite de serviço

EPS – Poliestireno Expandido

IDE – *Integrated Development Environment*

NBR – Norma Brasileira

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura em concreto	17
Figura 2 – Laje maciça convencional	18
Figura 3 – Estrutura da laje nervurada.....	19
Figura 4 – Laje pré-moldada	20
Figura 5 – Laje cogumelo.....	20
Figura 6 – Laje armada em uma direção	22
Figura 7 – Laje armada em cruz	22
Figura 8 - lajes armadas em uma direção	23
Figura 9 – Tipos de lajes armadas em cruz	24
Figura 10 – Exemplos de configuração de ruína para lajes	27
Figura 11 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> – Tela Inicial.....	43
Figura 12 - Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Cadastro da laje.....	44
Figura 13 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Tipo de Ambiente	44
Figura 14 - Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Local	45
Figura 15 - Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Escolha do tipo de vinculação de lajes	46
Figura 16 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Esforços e Carregamento total	47
Figura 17 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Cálculo das cargas.....	48
Figura 18 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Armaduras Positivas	49
Figura 19 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Armaduras Negativas.....	50
Figura 20 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Armaduras Positivas	51
Figura 21 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> – Relatório	52
Figura 22 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Exemplo A: Detalhamento.....	53
Figura 23 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Exemplo A: Detalhamento.....	54
Figura 24 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> - Exemplo A: Relatório	55
Figura 25 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> – Exemplo B: Detalhamento	56
Figura 26 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> – Exemplo B: Detalhamento	57
Figura 27 – Tela do Aplicativo CalcLaje <i>Mobile</i> – Exemplo B: Relatório.....	58

LISTA DE SÍMBOLOS

a – Menor vão

$A's$ – Armadura de compressão

$A_{s,min}$ – Área de aço mínima

A_{sx} – Armadura na direção horizontal

A_{sy} – Armadura na direção vertical

cm – Centímetros

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto

EI_{eq} – Rigidez equivalente

f_{adm} – Flecha máxima admissível

f_{ck} – Resistência característica do concreto à compressão

$f_{ct,m}$ – Resistência média do concreto à tração

f_i – Flecha imediata

f_{∞} – Flecha diferida

g – Carga permanente

h – Altura da laje

I_c – Momento de inércia da seção bruta do concreto

I_{II} – Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II

K – Coeficiente

kN – Quilonewton

kN/m² – Quilonewton por metro quadrado

kN.m – Quilonewton vezes metro

l – Comprimento do vão

l_x – Comprimento do menor vão

l_y – Comprimento do maior vão

m – Metros

$M, M_a, M_b, M_c, M_d, M_x$ e M_y – Momento fletor

M_g – Momento devido a carga permanente (em kN.cm);

M_q – Momento devido a carga acidental

M_r – Momento de fissuração do elemento estrutural

M_{serv} – Momento de serviço

MPa – Megapascal

N – Força normal

p – Carga total

p_i – Carga de serviço

p_∞ – Carga de serviço no tempo infinito

pp – Peso próprio da laje

q – Carga acidental

R – Reação de apoio

t – Tempo

V – Força cortante

X – Momento negativo

Ψ_2 – Coeficiente

ξ – Coeficiente função do tempo

φ_{min} – Taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Reações e momentos para laje armada em uma direção.....	30
Tabela 2 – Valor do coeficiente K	31
Tabela 3 – Valores do coeficiente Ψ_2	32
Tabela 4 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo.....	34
Tabela 5 – Classe de agressividade ambiental.....	38
Tabela 6 – Cobrimentos nominais mínimos para lajes:.....	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	OBJETIVOS	15
2.1	Objetivo Geral	15
2.2	Objetivos Específicos	15
3	JUSTIFICATIVA	16
4	REFERENCIAL TEÓRICO	17
4.1	Lajes	17
4.2	Métodos de cálculo	24
4.2.1	Método elástico	25
4.2.2	Método rígido-plástico	26
4.3	Dimensionamento e detalhamento de lajes no regime rígido-plástico	28
4.3.1	Cálculo do momento fletor e das reações de apoio	29
4.3.2	Cálculo da flecha em lajes retangulares	31
4.3.3	Cálculo das armaduras	35
4.4	Dimensionamento e detalhamento de lajes no regime elástico	37
4.5	Preceitos de normas referente às lajes	38
4.5.1	Espessura mínima das lajes maciças	38
4.5.2	Cobrimento nominal mínimo	38
4.5.3	Espaçamento máximo das armaduras longitudinais	39
4.5.4	Cargas para o cálculo de estruturas de edificações	39
4.5.5	Deslocamentos-limites	39
4.6	Aplicações móveis	40
4.6.1	Android	40
4.6.2	Android Studio	41
5	METODOLOGIA	42
5.1	O aplicativo	43
6	INICIALIZAÇÃO DO APLICATIVO	43
6.1	Cálculo dos esforços solicitantes	47
6.2	Dimensionamento das armaduras	48
6.3	Detalhamento	51
6.4	Relatório	51
6.5	Exemplos	53

6.5.1 Exemplo A: laje armada em uma direção no método elástico	53
6.5.2 Exemplo B: laje armada em duas direções no método plástico	56
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
REFERÊNCIAS	60
ANEXO I – Peso específicos dos materiais de construção	62
ANEXO II – Valores mínimos das cargas verticais	63
ANEXO III – Reações de apoio em lajes retangulares	65
ANEXO IV – Momentos fletores, regime rígido-plástico	67
ANEXO V – Flecha elástica em lajes retangulares	68
ANEXO VI – Momentos fletores, regime elástico	69
ANEXO VII – Espaçamento para lajes	70
APÊNDICE I – Exemplo “A”	71
CONTINUAÇÃO APÊNDICE I – Exemplo “A”	72
APÊNDICE II – Exemplo “B”	73

1 INTRODUÇÃO

Todas as construções estão sempre sujeitas a esforços de origens distintas, o que induz a necessidade de dimensionar adequadamente seus elementos estruturais a fim de evitar quaisquer problemas e minimizar os custos de mão de obra e material, sempre dentro dos padrões de segurança. (BORGES, 2010).

Elementos estruturais são peças como vigas, pilares, lajes, blocos e estacas que, quando arrançados, compõem um sistema estrutural caracterizado da seguinte forma: a laje de concreto suporta seu peso, os revestimentos e cargas acidentais; as vigas recebem os esforços da laje e os transferem, junto ao seu peso próprio, para os pilares; os pilares transferem seu peso e o carregamento recebido para as fundações (como blocos e estacas). (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2016).

Apesar de existir outros métodos construtivos, este modelo é o mais utilizado em edificações. Assim, o cálculo, ou dimensionamento, deve garantir que uma estrutura suporte, de maneira estável, todo o carregamento que estará submetida, evitando também deformações excessivas que podem comprometer, futuramente, sua estrutura. Para tanto, é necessário que os projetos estruturais reproduzam, detalhadamente, o comportamento da estrutura, admitindo-se métodos para alcançar estes objetivos. (FOLETTTO, 2011).

O autor supracitado informa que, no caso das lajes, existem dois grupos de métodos de cálculo para dimensionamento: o elástico, ou clássico, baseado na teoria da elasticidade e que considera o material como homogêneo, isótropo e com comportamento linear, e o método plástico, também conhecido como de ruptura, que se baseia na teoria da plasticidade e que adota o material um corpo rígido-plástico perfeito. O método a ser utilizado depende da finalidade, visto que o elástico é recomendado para a análise da estrutura em serviço e o plástico para obter o valor da carga última em situação de ruína.

Carvalho e Pinheiro (2009) afirmam que ao projetar um pavimento, por exemplo, a redução de um centímetro na espessura da laje pode resultar em uma economia considerável, mas também leva à necessidade de aperfeiçoamento dos cálculos como intuito de obter resultados mais próximos da realidade e preverem as possíveis deformações. Os mesmos autores destacam que tal situação se deve ao avanço dos programas computacionais, maior conhecimento na modelagem e no comportamento da estrutura.

É neste contexto que o presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um aplicativo inteligente que promova, com eficácia e praticidade, o cálculo de lajes maciças e retangulares em concreto armado, automatizando ao máximo este processo, fornecendo

informações adequadas e corretas. O trabalho se justifica por apresentar um aplicativo gratuito, simples e que busca atender a necessidades de estudantes do curso de Engenharia Civil e projetistas estruturais.

Para o desenvolvimento do trabalho, realizou-se, previamente, uma pesquisa bibliográfica sobre dimensionamento de lajes e, após a obtenção das informações e definição dos métodos a serem utilizados, será desenvolvido um aplicativo na ferramenta *Android Studio*. Ressalta-se que neste trabalho não serão relatados os procedimentos relativos a programação do aplicativo.

2 OBJETIVOS

Esta seção tem por finalidade mostrar quais são os objetivos do presente trabalho, sendo eles objetivo geral e os objetivos específicos conforme especificados a seguir.

2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem o objetivo de auxiliar e desenvolver um aplicativo gratuito para auxiliar o cálculo de lajes retangulares maciças em concreto armado, submetidas a cargas distribuídas uniformemente.

2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, destacam-se:

- Descrever os métodos e processos para cálculo de lajes;
- Auxiliar e desenvolver um aplicativo para o cálculo de lajes em concreto armado;
- Apresentar exemplos de lajes calculadas através do aplicativo.
- Apresentar as vantagens e as desvantagens da utilização desse aplicativo.

3 JUSTIFICATIVA

Este trabalho se justifica por apresentar um método rápido, seguro, automatizado e *mobile* para calcular lajes retangulares maciças em concreto armado, facilitando a vida do usuário. Além disso, o aplicativo será uma ferramenta simples e disponível gratuitamente para engenheiros e discentes do curso de Engenharia Civil, ao contrário dos demais aplicativos encontrados no mercado, que possuem custos e nível de complexidade elevada.

O tema foi escolhido devido à dificuldade de efetuar tais cálculos manualmente - onde o risco de erros são maiores - e ao acesso restrito a aplicativos mais elaborados, sendo necessária a criação de uma ferramenta inteligível e que atenda a necessidade de projetistas estruturais.

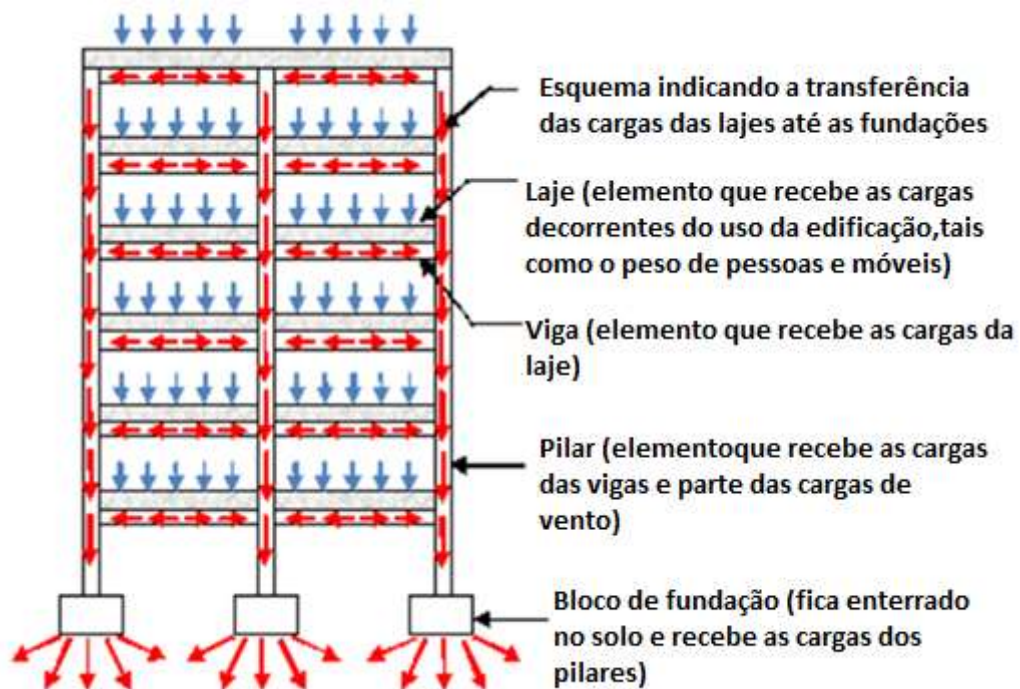
4 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção serão abordados os temas relevantes para a elaboração do trabalho, com base em literaturas existentes, como artigos acadêmicos, normas técnicas, trabalhos de conclusão de curso, dissertações de mestrados e teses de doutorados, além de experimentos já realizados.

4.1 Lajes

Segundo Borges (2010), lajes são elementos estruturais planos, com espessura inferior ao comprimento e a largura, capazes de receber diretamente a maior parte dos carregamentos distribuídos em sua superfície e descarregados nas vigas ou paredes de apoio. A FIG. 1 representa uma estrutura de concreto composta por lajes, vigas, pilares e elementos de fundação que, no caso, se trata de sapatas.

Figura 1 – Estrutura em concreto



Fonte: Ribas (2015)

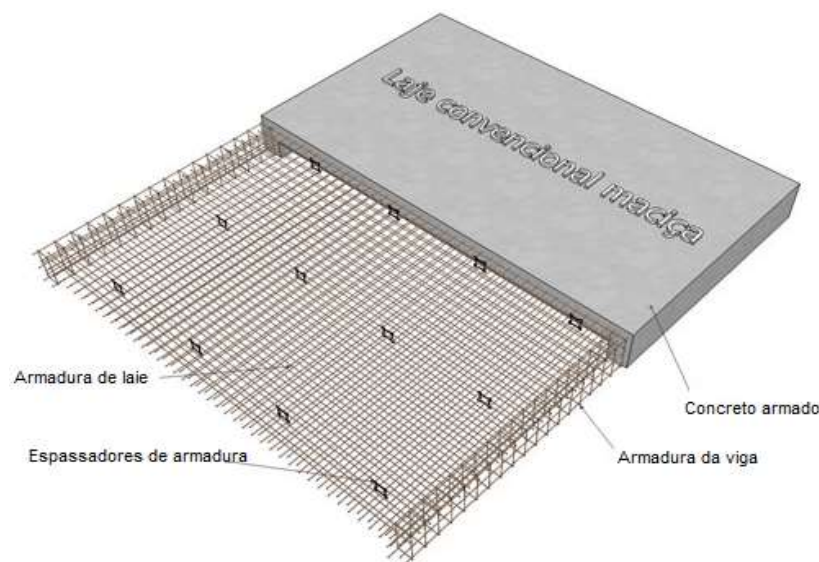
Foletto (2011) evidencia que as lajes representam os pisos na estrutura e tem a função de transmitir às vigas todo o carregamento recebido. Por sua vez, as vigas às repassam aos pilares e estes à fundação.

Para Borges (2010), o cálculo de lajes objetiva o dimensionamento de sua espessura a fim de discriminar a quantidade de aço adequada para as armaduras, além de suas dimensões, com base nas cargas, condições de apoio, materiais empregados, interação entre as lajes e condições de estabilidade.

A Norma Brasileira (NBR) 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) denomina lajes como placas de concreto planas sujeitas a ações normais a seu plano e que podem ser classificadas em lajes maciças, lajes nervuradas, lajes lisas ou cogumelo e lajes pré-moldadas. O tipo de laje a ser escolhido para determinada edificação depende de considerações econômicas, de segurança e do projeto arquitetônico.

Laje maciça é definida por Carneiro (2006) como um tipo de laje que possui uma seção homogênea, executada e moldadas através de formas que a sustenta até obter resistência própria. Este tipo de laje é indicado para vãos de até 6 metros de comprimento e construções de pequeno porte. A FIG. 2 ilustra uma laje maciça de concreto armado.

Figura 2 – Laje maciça convencional

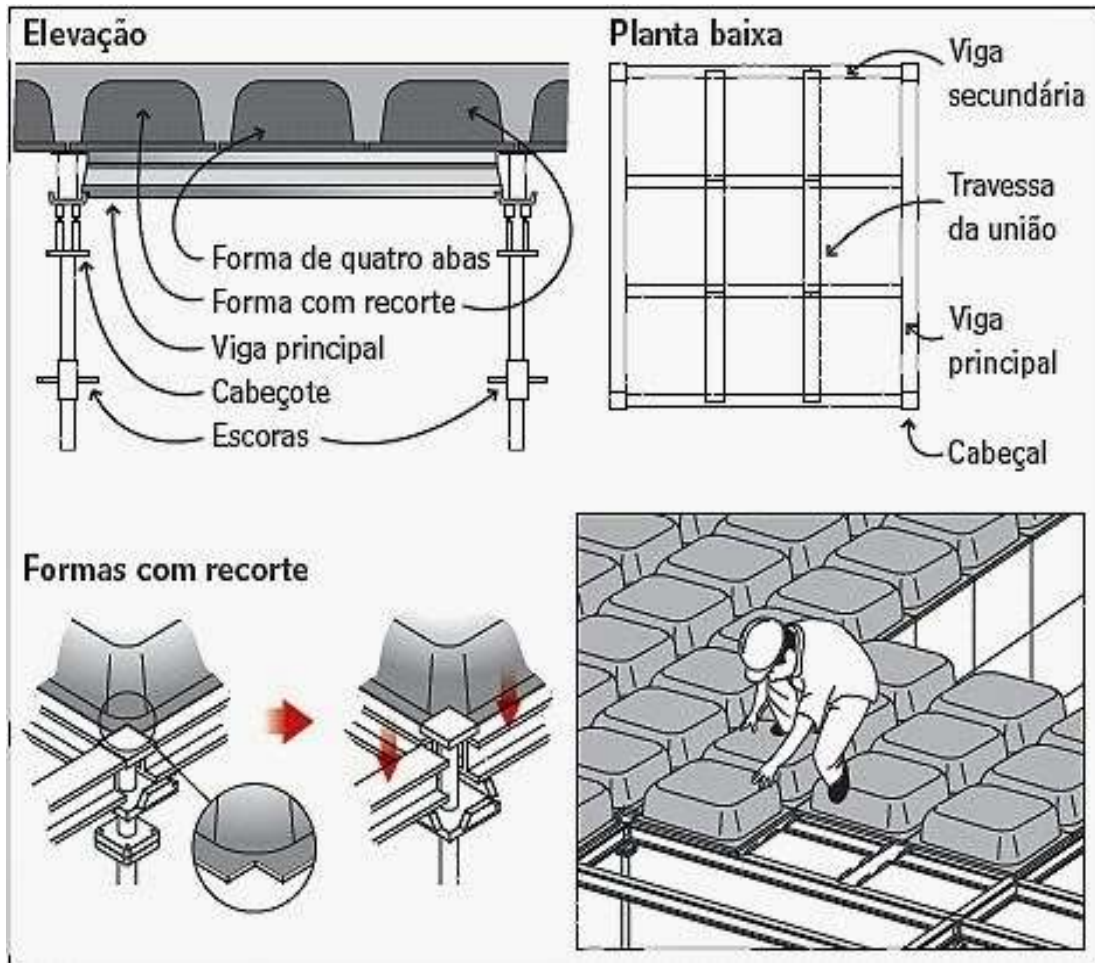


Fonte: Catálogo Digital de Detalhamento da Construção (2012)

A laje nervurada é caracterizada por um conjunto de vigas que se cruzam, podendo ser moldada no local ou ter nervuras pré-moldadas, além da exclusão do concreto abaixo da linha

neutra, o que reduz o peso próprio da estrutura e melhora o aproveitamento do aço e do concreto (PINHEIRO; RAZENTE, 2003). Ressalta-se que este sistema é utilizado em grandes vãos, onde é necessário o emprego de lajes com espessuras mais elevadas. Neste caso, parte do concreto é substituído por um material mais leve, como mostra a FIG. 3, colocado entre as nervuras.

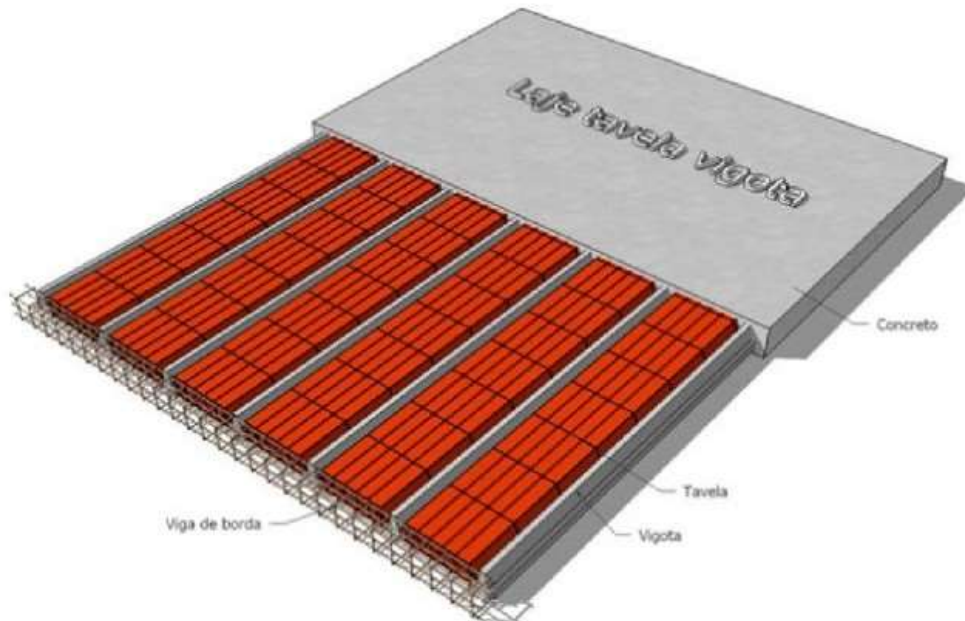
Figura 3 – Estrutura da laje nervurada



Fonte: Carneiro (2006)

Quando as nervuras são pré-moldadas de concreto armado, podem ser denominadas de vigotas, que são espaçadas de maneira uniforme por lajotas normalmente composta de cerâmica ou de Poliestireno Expandido (EPS), conforme FIG. 4. (FLÓRIO, 2004). A pré-fabricação é a principal vantagem, pois reduz os custos resultante do uso de formas e escoramentos, além de aumentar a produtividade (CARNEIRO, 2006).

Figura 4 – Laje pré-moldada



Fonte: Flório (2004)

A laje lisa, conhecida como laje cogumelo, é uma laje que se apoia diretamente sobre os pilares, sem o emprego das vigas, apresentando vantagens como a facilidade de execução, redução do pé direito, facilidade na passagem de tubulações, dentre outras, como explica Carneiro (2006) (FIG. 5).

Figura 5 – Laje cogumelo



Fonte: Carneiro (2006)

Guarda (1995) apresenta as seguintes vantagens das lajes-cogumelos em relação às estruturas com lajes, vigas e pilares;

- a) Execução mais simples, sem o uso de formas, o que diminui o custo;
- b) Armaduras simples, com uso de telas soldadas;
- c) Diminuição dos revestimentos;
- d) Facilidade no lançamento do concreto;
- e) Redução do tempo de execução da obra.

Entretanto, Guarda (1995) aponta as seguintes desvantagens:

- a) Punção;
- b) Deslocamentos transversais;
- c) Instabilidade global do edifício.

Para Carvalho e Pinheiro (2009), pavimentos em que o vão menor a ser vencido pelas lajes é de até 5 metros e as cargas a serem suportadas não são elevadas, o sistema tradicional de lajes maciça apoiado em vigas é o mais utilizado, visto que a espessura necessária para a laje é pequena. Neste caso, a rigidez quanto ao deslocamento vertical é grande. Por outro lado, os autores relatam que lajes maciças em grandes vãos resultam em gastos elevados e desnecessários, devido a espessura da laje necessária para atender ao estado limite último e ao critério de deslocamentos transversais pequenos. Neste caso, recomenda-se optar por outros tipos de laje.

Segundo Foletto (2011), as lajes podem ser classificadas quanto a sua geometria (retangular, circular e outras), quanto a vinculação das bordas (engastada, apoiada ou livre), quanto aos apoios (pontual ou linear) e quanto ao carregamento (pontual, uniforme, triangular e outros).

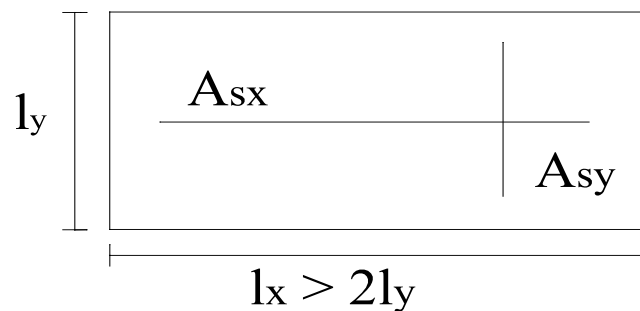
A borda apoiada, refere-se a borda da laje que é suportada continuamente por vigas, paredes de alvenaria de tijolos cerâmicos, de blocos de concreto ou de pedras; a borda livre é quando não há nenhuma vinculação ao longo do daquele lado e a borda engastada é quando a borda da laje tem continuidade além do apoio correspondente daquele lado (laje adjacente). (CAMPOS FILHO, 2014).

Neste trabalho será considerado apenas as lajes maciças retangulares em concreto armado que, segundo Araújo (2003 apud FOLETTTO, 2011), são placas de espessura uniforme que se apoiam em seu contorno, em vigas ou alvenaria estrutural e podem ser do tipo armada

em uma direção ou armada em cruz (duas direções), sendo esta última utilizada quando a relação entre o maior e o menor vão for inferior a 2, devendo ser calculado os momentos fletores nas duas direções.¹

A FIG. 6 apresenta a laje armada em uma direção, onde o valor da armadura na direção horizontal A_{sx} não precisa ser calculada, somente na direção vertical A_{sy} .

Figura 6 – Laje armada em uma direção



A_{sy} : Calculada

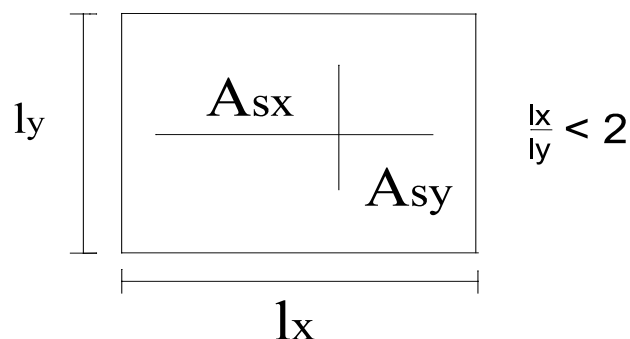
A_{sx} : Armadura de distribuição

Fonte: Foletto (2011)

Já a FIG. 7, apresenta uma laje armada em cruz, cujos valores de A_{sx} e A_{sy} devem ser dimensionados. l_x e l_y referem-se ao comprimento do vão na direção horizontal e na vertical, respectivamente.

Figura 7 – Laje armada em cruz

$$l_x > l_y$$



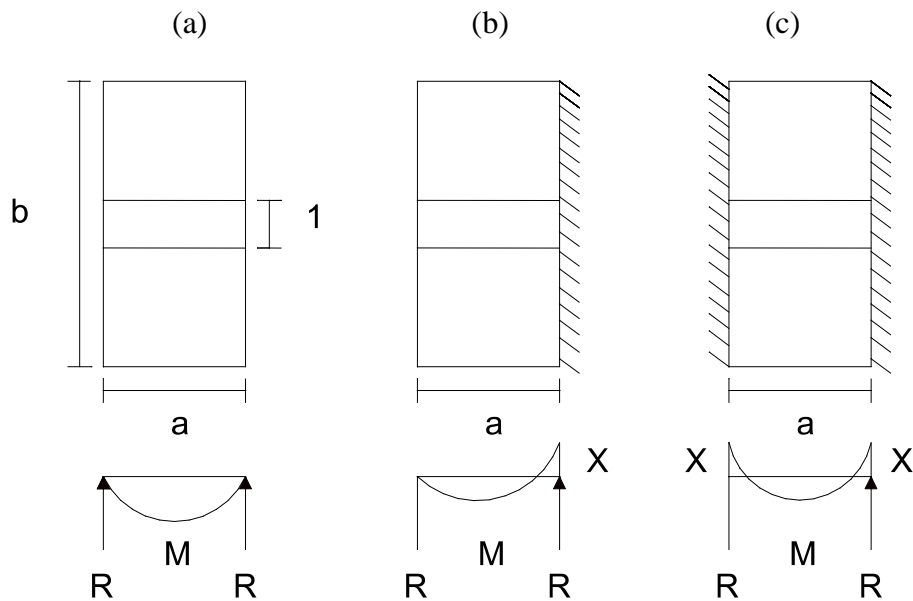
A_{sx} e A_{sy} são calculadas

Fonte: Foletto (2011)

¹ ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v. 2, 2 ed. Rio grande: Dunas, 2003.

De acordo com Campos Filho (2014), as lajes armadas em uma só direção são dimensionadas da mesma forma que as vigas e a vinculação é definida conforme o vão menor l_y . As lajes retangulares cuja a relação entre os lados for maior que 2 ($\frac{l_x}{l_y} > 2$), são armadas em uma direção, no caso, a menor delas. As lajes armadas em uma direção podem apresentar um dos três esquemas estruturais representados na FIG. 8. O sistema (a) refere-se a uma laje do tipo apoiada-apoiada, o (b) é apoiada-engastada e o (c) é engastada-engastada.

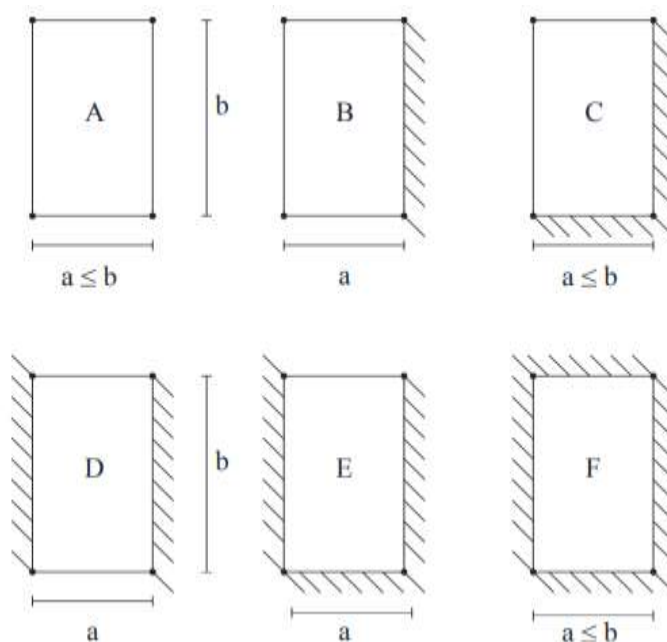
Figura 8 - lajes armadas em uma direção



Fonte: Tepedino (1983)

Como foi dito anteriormente, quando a relação entre os lados da laje é menor que 2, ela deve ser armada em duas direções, ou em cruz. A FIG. 9 representa os tipos possíveis de lajes retangulares e, neste caso, a representa o menor vão e o que possui o maior número de engastes.

Figura 9 – Tipos de lajes armadas em cruz



Fonte: Tepedino (1983)

Os valores das reações e dos momentos fletores para as lajes armadas em uma e duas direções serão mostrados mais adiante, onde serão utilizados para o cálculo no regime elástico e no regime rígido-plástico.

4.2 Métodos de cálculo

De acordo com Foletto (2011), o cálculo de lajes armadas em uma direção possui um dimensionamento resultante de uma analogia a uma viga, considerando uma faixa de largura unitária na direção do menor vão. Já para as lajes armadas em duas direções faz-se necessário uma análise mais detalhada e com utilização de dois métodos: o plástico e o elástico.

Geralmente, as lajes de concreto dos edifícios possuem formato retangular e para estas foram criadas tabelas para facilitar o cálculo de reações de apoio e de momento fletores. As primeiras tabelas foram elaboradas por Marcus, com base na teoria da elasticidade. O método de Marcus é um dos mais utilizados na determinação de momentos fletores em lajes retangulares. Existem tabelas baseadas no regime rígido-plástico, ou das linhas de ruptura, ou das charneiras plásticas, como as elaboradas pelo professor do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Minas Gerais, José de Miranda Tepedino (1983), que servirão de referência para este trabalho e serão mostradas mais adiante.

Ressalta-se que o método plástico expõe, através da teoria das charneiras plásticas, o estado limite último (ELU), enquanto que o elástico apresenta, por meio do método de Marcus, o estado limite de serviço (ELS). Recomenda-se o cálculo do ELU através dos dois métodos, para efeitos de comparação.

4.2.1 Método elástico

O método elástico, também conhecido como método clássico ou método das tensões admissíveis, é responsável por determinar as solicitações, isto é, momento fletor (M), força normal (N) e força cortante (V), correspondentes às cargas máximas de serviços (de utilização). Calculando as tensões máximas destas solicitações e supondo um carregamento elástico dos materiais, as tensões máximas são limitadas a uma fração de resistência dos materiais, denominada tensões admissíveis, resultando-se então, a segurança da estrutura (CARVALHO, FIGUEIREDO FILHO, 2016).

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2016, p. 47) o método elástico considera valores numéricos fixos para o cálculo, como resistência dos materiais e valores de cargas, e que se deve considerar algumas restrições:

- a) Como os valores envolvidos são fixos, e não aleatórios, as grandezas são empregadas com seus valores máximos, raramente atingidos durante a vida útil da estrutura, o que geralmente leva a um superdimensionamento.
- b) O cálculo por meio do método clássico conduz frequentemente a um mau aproveitamento dos materiais, pois não considera sua capacidade de adaptação plástica para resistir a maiores solicitações.
- c) O método clássico baseia-se no valor das tensões oriundas das cargas de serviço, supondo que durante a utilização a estrutura permaneça em regime elástico, como ocorre geralmente; entretanto, não fornece informação acerca da capacidade que a estrutura tem de receber mais carga, não sendo possível averiguar, com esse método, sua verdadeira margem de segurança; e
- d) Há situações em que as solicitações não são proporcionais às ações, e um pequeno aumento das ações pode provocar um grande aumento das solicitações (ou a situação contrária).

Guarda (1995) descreve que o método elástico foi fundado na Teoria da Elasticidade e considera que o material é homogêneo, isotrópico e que possui comportamento linear, e ainda ressalta que, em condições de serviço, as lajes possuem comportam-se elasticamente, fazendo necessário o cálculo elástico para a verificação dos estados limites de utilização, auxiliando também no cálculo plástico.

4.2.2 Método rígido-plástico

De acordo com Guarda (1995), o cálculo plástico é fundado na Teoria da Plasticidade, onde o material possui comportamento rígido-plástico. Neste caso, o cálculo é realizado no momento de ruptura, possibilitando a obtenção da carga de ruína. A mesma autora evidencia que o cálculo plástico é mais adequado com o dimensionamento no estado limite último, visto que apresenta realmente o comportamento da estrutura da ruína.

Sobre a teoria das charneiras plástica:

Consiste da aplicação às placas do teorema do limite superior do cálculo plástico e fornece, portanto, um valor de carga igual ou superior à carga de ruína, o que poderia sugerir que a teoria é contra a segurança; contudo, resultados experimentais demonstram que a carga de ruína é, em geral, maior que a obtida pela teoria das charneiras plásticas, devido à reserva de resistência, decorrente, sobretudo, dos efeitos de membrana e do endurecimento do aço (GONZALEZ, 1997, p. 13).

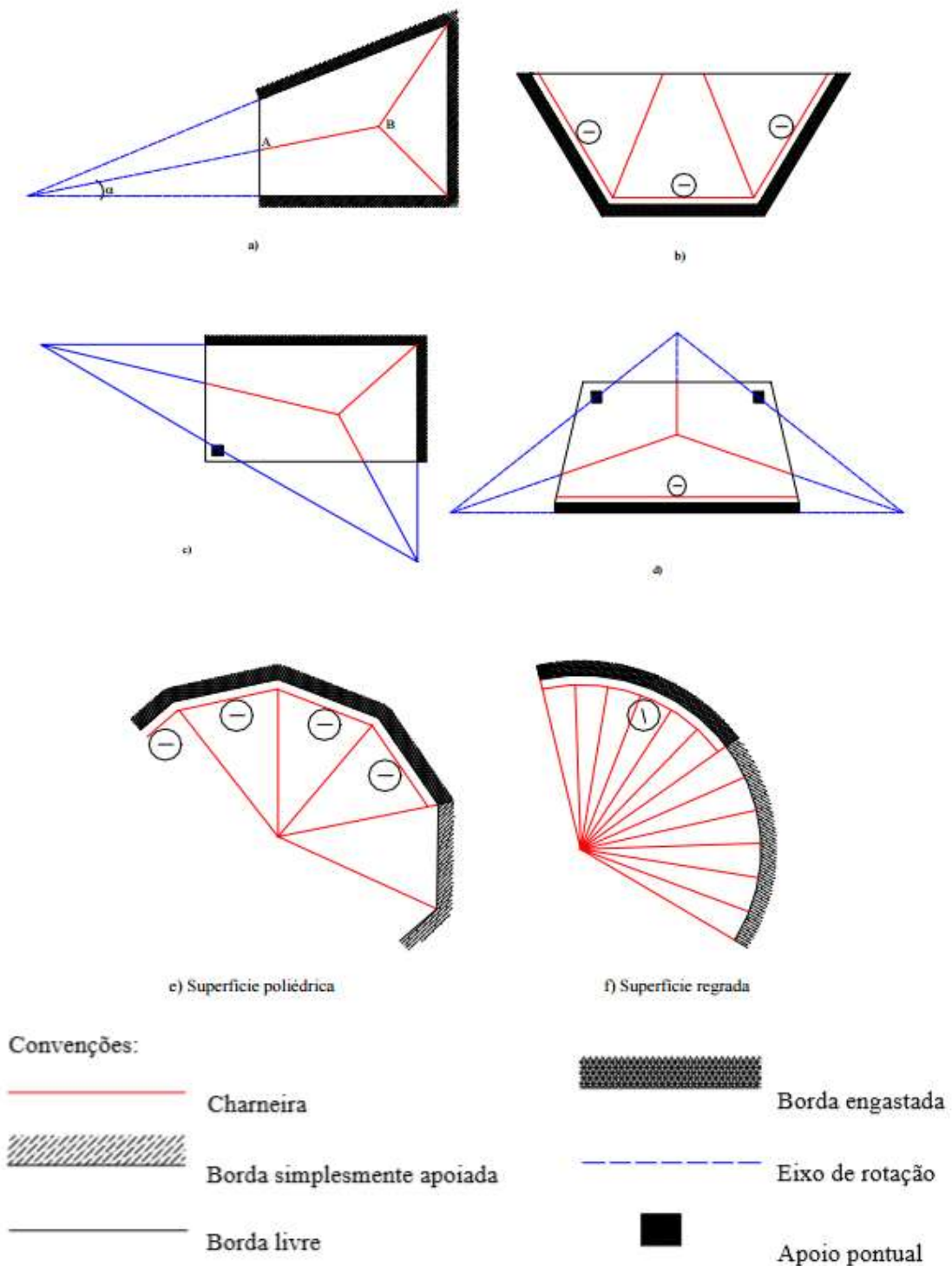
Gonzalez (1997, p. 14) ainda complementa, apresentando as hipóteses fundamentais que constituem as bases da teoria das charneiras plásticas:

- a) O material é considerado rígido-plástico, ou seja, as deformações elásticas são desprezadas em face das deformações plásticas [...];
- b) As lajes devem ser subarmadas, isto é, as taxas de armadura devem ser pequenas e suficientes para que não ocorra ruptura do concreto por compressão antes do escoamento das armaduras, permitindo o completo desenvolvimento das linhas de plastificação e, conseqüentemente, do mecanismo de colapso;
- c) Ao longo e nas vizinhanças de cada charneira, o momento fletor é considerado constante e igual ao momento máximo que a laje pode resistir;
- d) Não deverá haver ruína prematura por cisalhamento ou por punção. A ruína da estrutura deve ocorrer com a formação de um mecanismo de colapso;
- e) Desprezam-se as reservas de resistência, provenientes dos efeitos de membrana e do fenômeno do endurecimento do aço.

Muller (2000) acredita que a teoria das charneiras plásticas é fundamental para o cálculo de lajes de concreto armado, independentemente de seu formato ou carregamento, e que a análise elástica e plástica contribui para a constatação, através de valores, dos benefícios da análise plástica de lajes.

Para Pinheiro (1980), a teoria das charneiras plásticas consiste na admissão de que uma laje se divide em painéis que giram em volta de linhas ao longo das quais atua um momento igual ao que a laje resiste na ruptura, de acordo com a direção normal a estas linhas, isto tudo, sob a ação da carga de ruptura. Desta forma, elas podem apresentar as configurações dispostas na FIG. 10.

Figura 10 – Exemplos de configuração de ruína para lajes



Fonte: Muller (2000)

Mediante o desenvolvimento das linhas de plastificação, as seções mais solicitadas rompem por compressão, impedindo o seguimento do carregamento, atingindo-se, então, a

ruína da laje, sendo a carga máxima atuante denominada de carga de ruína e as linhas das quais se alcança a plastificação de charneiras plásticas, caracterizadas pelo momento fletor constante.

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), as reações de apoio correspondem às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios que surgiram pelas charneiras plásticas e podem ser, de forma aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre a estrutura de apoio. Além disso, quando a análise plástica não ocorrer, as charneiras podem ser obtidas por aproximações das retas inclinadas, a partir dos vértices com os ângulos a seguir:

- a) 45° entre apoios do mesmo tipo;
- b) 60° a contar do apoio engastado, se o outro for apoiado;
- c) 90° a contar do apoio, quando for livre a borda vizinha.

4.3 Dimensionamento e detalhamento de lajes no regime rígido-plástico

Neste tópico serão apresentados os métodos, expressões e tabelas de cálculo para dimensionamento de lajes maciças em concreto, armadas em uma e duas direções. O conteúdo que será exposto foi baseado nas apostilas do professor José de Miranda Tepedino (1983), em conformidade com a NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 6120 (ABNT, 2000).

O primeiro passo para o dimensionamento é a definição do tipo de laje. Calculando-se a relação b/a é possível definir se a laje é armada em uma ou duas direções. Após, identifica-se se ela é apoiada-apoiada, apoiada-engastada ou engastada-engastada, no caso das lajes armadas em uma direção, ou do tipo A, B, C, D, E ou F, no caso das lajes armadas em duas direções. (TEPEDINO, 1983).

O segundo passo é o cálculo da carga total p que atua na faixa unitária da laje, pela expressão:

$$p = g + q \tag{1}$$

Onde g é a carga permanente e q é a carga acidental. De acordo com a NBR 6120 (ABNT, 2000, p. 1), a carga permanente “é constituída pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes”, enquanto que a carga acidental “é toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos etc.).”

Para o cálculo de g deve-se considerar o peso próprio da laje (pp) e dos revestimentos que serão utilizados. A NBR 6120 (ABNT, 2000, p. 1) ressalta:

Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga, quando não for feito por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1 kN/m².

Caso não ocorra determinação experimental, a tabela 1 da NBR 6120 (ABNT, 2000), apresentada no ANEXO I, deve ser adotada para os pesos específicos aparentes dos materiais de construção mais usuais.

Em relação a carga acidental a NBR 6120 (ABNT, 2000, p. 1) aponta:

Nos compartimentos destinados a carregamentos especiais, como os devidos a arquivos, depósitos de materiais, máquinas leves, caixas-fortes etc., não é necessária uma verificação mais exata destes carregamentos, desde que se considere um acréscimo de 3 kN/m² no valor da carga acidental.

As cargas verticais que devem ser consideradas atuantes no piso das edificações e que se referem a móveis, pessoas, utensílios e veículos são, supostamente, uniformemente distribuídas e seus valores mínimos a ser considerados são encontrados na tabela 2 da NBR 6120 (ABNT, 2000), apresentadas no ANEXO II.

4.3.1 Cálculo do momento fletor e das reações de apoio

Os momentos fletores em lajes retangulares são calculados pelas equações e também pelas tabelas produzidas pelo professor José de Miranda Tepedino (1983) mostradas nos tópicos a seguir para o regime rígido-plástico.

4.3.1.1 Lajes armada em uma direção

Quando a laje for armada em uma direção, as reações e momentos fletores para os três tipos de lajes apresentadas na figura 8 podem ser calculados pelas expressões da TAB. 1, tanto para o regime elástico quanto para o regime rígido-plástico, sendo que M é o momento fletor (em kN.m), R é a reação (em kN/m), X é o momento negativo (em kN.m), p é a carga total (em kN/m²) e a o menor vão (em m).

Tabela 1 – Reações e momentos para laje armada em uma direção

Tipos de laje	Regime elástico	Regime rígido-plástico
Apoiada-apoiada	$R = 0,5. p. a$ $M = p. a^2/8$	$R = 0,5. p. a$ $M = p. a^2/8$
Apoiada-engastada	$R_{apoiado} = 0,375. p. a$ $R_{engastada} = 0,625. p. a$ $M = p. a^2/14,22$ $X = p. a^2/8$	$R_{apoiado} = 0,387. p. a$ $R_{engastada} = 0,613. p. a$ $M = p. a^2/13,33$ $X = 1,5. M$
Engastada –engastada	$R = 0,5. p. a$ $M = p. a^2/24$ $X = p. a^2/12$	$R = 0,5. p. a$ $M = p. a^2/20$ $X = 1,5. M$

Fonte: Tepedino (1983)

4.3.1.2 Lajes armadas em duas direções

As reações de apoio de lajes armadas em duas direções ($ra, rb, r'a, r'b, r''a, r''b$) são obtidas pela tabela de reações de apoio em lajes retangulares (ANEXO III), a partir da relação b/a e do tipo de laje (A, B, C, D, E ou F). Caso o valor obtido pela relação não exatamente igual aos disponíveis na tabela, deve-se interpolá-lo. As reações são representadas no aplicativo por ra, rb, rc e rd .

Os momentos fletores (ma e mb) são obtidos de maneira análoga às reações, utilizando a tabela de momentos fletores, regime rígido plástico (ANEXO IV). O momento fletor positivo (Ma e Mb em kN.m, representado no aplicativo por Mx e My) é dado por:

$$M = \frac{p.a^2}{m} \quad (2)$$

Onde p é a carga total (em kN/m²), a o menor vão (em m) e m é o ma ou mb obtido na tabela.

O momento fletor negativo X (em kN.m e representado no aplicativo por Ma, Mb, Mc e Md) é obtido pela expressão:

$$X = 1,5. M \quad (3)$$

Ressalta-se que, nas lajes não engastadas, o valor de X é zero.

4.3.2 Cálculo da flecha em lajes retangulares

O cálculo da flecha em lajes retangulares deve, naturalmente, obedecer ao estado limite último de serviço (ELS), nesse caso denominado estado limite último de deformações excessivas (ELS-DEF), que é o “estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal”. (ABNT, 2014, p. 5).

4.3.2.1 Lajes armadas em uma direção

Após, o cálculo das reações de apoio e do momento fletor das lajes armadas em uma direção, calcula-se a flecha imediata, através de expressões resultantes da resistência dos materiais, para os três tipos de lajes apresentadas na FIG. 7. Assim as três flechas podem ser agrupadas em uma única expressão genérica dada por:

$$f_i = K \frac{p_i a^4}{384(EI)_{eq}} \quad (4)$$

Onde:

K é o coeficiente a ser adotado conforme a TAB. 2;

f_i é a flecha imediata (em cm);

p_i é a carga de serviço (em kN/cm²), calculada pela equação $p_i = g + \Psi_2 \cdot q$.

a é o menor vão (em m);

$(EI)_{eq}$ é a rigidez equivalente (kN/cm²);

Tabela 2 – Valor do coeficiente K

Tipo de laje	K
Apoiada-apoiada	5
Apoiada-engastada	2*
Engastada-engastada	1

*o valor inteiro 2 foi adotado por ser aproximadamente igual ao valor correto 2, 079...

Fonte: Tepedino (1983)

Os valores de g e q foram apresentados junto à expressão 1. O valor de Ψ_2 é encontrado na TAB. 3;

Tabela 3 – Valores do coeficiente Ψ_2

Ações		Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Edifícios residenciais	0,3
	Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,3

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014)

O valor de $(EI)_{eq}$ depende se, em situação de serviço, a laje está no estágio I ou no estágio II. Para isso, deve-se calcular o valor do momento de serviço (M_{serv}) e do momento de fissuração do elemento estrutural (M_r), em kN.cm, dado pelas expressões:

$$M_{serv} = M_g + \Psi_2 \cdot M_q \quad (5)$$

Onde:

M_g é o momento devido a carga permanente (em kN.cm);

M_q é o momento devido a carga acidental (em kN.cm);

$$M_r = 150 \cdot f_{ct,m} \cdot \frac{h^2}{6} \quad (6)$$

Onde:

h é a altura da laje (em cm).

$f_{ct,m}$ é a resistência média do concreto à tração (em kN/cm²), obtido pela expressões:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (7)$$

Sendo que f_{ck} é resistência característica do concreto à compressão (em Mpa). Esta expressão é utilizada para concretos de classes até C50. (ABNT, 2014).

Caso o M_{serv} seja menor que o M_r , a laje está trabalhando no estágio I, onde o concreto trabalha juntamente à tração e compressão (concreto não fissurado). Se for maior, a laje está

trabalhando no estágio II, onde o concreto trabalha junto à compressão no regime elástico enquanto as tensões de tração são desprezadas (concreto fissurado).

Normalmente, as lajes em edifícios residenciais armadas em uma direção têm vãos pequenos e, conseqüentemente, momentos solicitantes em situação de serviço menores que o momento de fissuração, trabalhando, portanto, no estágio I, neste caso, a rigidez equivalente é obtida considerando-se a seção homogeneizada, utilizando-se a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto. Devido a pequena quantidade de armação utilizada nessas lajes, pode-se usar o momento de inércia da seção bruta do concreto em substituição ao da seção homogeneizada. Isso se justifica pela pequena diferença entre as duas.

Para lajes maciças retangulares armadas em uma ou duas direções, o momento máximo geralmente é menor que o momento de fissuração, ou quando isso não ocorre, apenas uma pequena área da laje, próxima ao momento máximo, encontra-se no estágio II. A maior parte da laje sempre estará no estágio I.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), devem ser utilizados os mesmos critérios dados para as vigas para o cálculo dos estados limites de serviço. Logo, para o estágio I, utiliza-se a expressão:

$$EI_{eq} = E_{cs} \cdot I_c \quad (8)$$

Já para o estágio II:

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (9)$$

Onde:

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto (em Mpa);

I_c é o momento de inércia da seção bruta do concreto (cm⁴);

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para lajes biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para lajes em balanço, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

O valor de E_{cs} é dado pela expressão:

$$E_{cs} = 0,85.5600. \sqrt{f_{ck}} \quad (10)$$

O valor de I_c deve ser calculado considerando uma faixa da laje com dimensões de 100 cm e espessura de 10 cm. Com esta seção retangular, pode-se utilizar a expressão:

$$I_c = \frac{b.h^3}{12} = \frac{100.10^3}{12} \quad (11)$$

Obtendo-se o valor da flecha imediata (f_i), deve-se calcular o valor da flecha diferida (f_∞), resultante das cargas de longa duração em função da fluência, isto é, deformação permanente do concreto sujeito a cargas e que está em função do tempo.

$$f_\infty = (1 + \alpha_f).f_i \quad (12)$$

Sendo que:

$$\alpha_f = \xi_\infty - \xi_{t(0)} \quad (13)$$

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente pela TAB. 4.

Tabela 4 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente ξ_t	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Onde:

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

$t(0)$ é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Para situações normais em que se deseja a flecha no tempo infinito, para cargas aplicadas a partir dos 14 dias, aproximadamente $t(0) = 0,5$.mês, obtém-se α_f da seguinte forma:

$$\alpha_f = \xi_\infty - \xi_{t(0,5)} = 2 - 0,54 = 1,46 \quad (14)$$

Logo, a flecha total será dada por:

$$f_{\infty} = (1 + a_f) \cdot f_i = 2,46 \cdot f_i \quad (15)$$

Após o cálculo da flecha total, deve-se verificar se o valor obtido está em conformidade com os limites de deslocamentos estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014). O item 4.4.6 deste trabalho ressalta a prescrição da referida norma para lajes maciças em concreto armado. Deste modo, $f_{\infty} < f_{adm}$, sendo f_{adm} a flecha máxima admissível obtida pela divisão do menor vão por 250.

4.3.2.2 Cálculo de lajes armadas em duas direções

Para as lajes armadas em duas direções, o cálculo de M_{serv} e M_r são obtidos conforme as expressões 5 e 6. Já a flecha diferida (f_{∞}) é obtida pela seguinte expressão:

$$f_{\infty} = \frac{f_1 \cdot (p_{\infty} \cdot a^4)}{E_{cs} \cdot h^3} \quad (16)$$

Onde:

f_1 é obtido pela interpolação da relação b/a utilizando a tabela de flecha elástica em lajes retangulares (ANEXO V).

p_{∞} é a carga de serviço no tempo infinito (kN/cm²)

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto (em Mpa);

a é o menor vão (em m);

h é a altura da laje (em cm).

O valor de p_{∞} é dado por:

$$p_{\infty} = 2,46(g + 0,738q) \quad (17)$$

Onde g é a carga permanente e q é a carga acidental.

4.3.3 Cálculo das armaduras

Para o cálculo das armaduras e o detalhamento, primeiro calcula-se o coeficiente K .

$$K = \frac{M_d}{f_c \cdot b \cdot d^2} \quad (18)$$

Sendo que f_c é dado pela expressão:

$$f_c = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{1,4} \quad (19)$$

O valor de b é 100 cm e d é obtido da seguinte maneira:

$$d = h - d' \quad (20)$$

Onde h é a altura da laje (em cm) e d' refere-se ao cobrimento nominal (em cm), TAB. 6.

O cálculo de M_d (em kN.com) utiliza o valor de M_a e M_b , calculados no tópico 4.3.1 do presente trabalho, aplicados na expressão:

$$M_d = M_a \cdot 1,4 \cdot 100 \quad (21)$$

O cálculo da área de aço (em cm²) para a armadura positiva (A_{s1}) é dada pela expressão:

$$A_{s1} = \frac{f_c \cdot b \cdot d \cdot (1 - \sqrt{1 - 2K'})}{f_{yd}} \quad (22)$$

K' é o valor obtido pela seguinte condição: se K , calculado pela expressão 18, for menor que $K_l = 0,211$, $K' = K$, senão $K' = K_l$.²

Calculado o (A_{s1}) deve-se verificar se a resultante atende à área mínima de aço ($A_{s,min}$) para lajes, conforme a expressão:

$$A_{s,min} = 0,67 \cdot \varphi_{min} \cdot b \cdot h \quad (23)$$

² De acordo com o item 14.7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), quando a análise dos esforços no ELU for realizada através da teoria das charneiras plásticas (caso do regime rígido-plástico), para garantia de condições apropriadas de ductilidade, dispensa-se a verificação explícita da capacidade de rotação plástica, se a posição da linha neutra for limitada em $(x/d) \leq 0,30$, o que implica em um valor de $K_l = 0,211$. (TEPEDINO, 1983).

Onde φ_{min} é a taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão para as vigas. De acordo com Tepedino (1983), adota-se o valor de 0,0015 para momentos, negativo em geral e positivo em laje armada em uma direção e 0,0010 para momento positivo em laje armada em duas direções.

Se A_{s1} for maior que $A_{s,min}$, deve-se considerar o valor de A_{s1} para os cálculos. Caso contrário, deve-se utilizar $A_{s,min}$.

A partir do cálculo da área de aço é possível determinar a bitola do aço a ser usado na armação da laje e o espaçamento adequado. Para tanto, utiliza-se a tabela do ANEXO VII.

A armadura de compressão $A's$ é calculada quando o coeficiente K' for maior que K_l , conforme a expressão:

$$A's = \frac{As2}{\varphi} \quad (24)$$

Onde coeficiente φ é dado em relação de d e d' , tendo nível de tensão = 1 e $As2$ é dado pela expressão:

$$As2 = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \left(\frac{K - K'}{1 - d'/d} \right) \quad (25)$$

Onde K é o valor calculado e K' é o valor máximo de K_l e f_{yd} é dado pela equação:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} \quad (26)$$

Onde f_y é o tipo de aço e γ_s é o coeficiente de minoração de resistência do aço igual a 1,15. Depois de encontrado $As2$, ele é somado com A_{s1} e calculada a armadura de tração normalmente.

4.4 Dimensionamento e detalhamento de lajes no regime elástico

Para o cálculo de lajes considerando o regime elástico, utiliza-se, também, a tabela 1 para o momento fletor e reações de apoio das lajes armadas em uma direção. Para as lajes armadas em duas direções, utiliza-se a tabela do ANEXO VI.

Outra diferença com o regime rígido-plástico é o valor do coeficiente K_l que deverá ser 0,32 para $f_{ck} \leq 35MPa$ e 0,269 para $f_{ck} > 35MPa$.

4.5 Preceitos de normas referente às lajes

Serão apresentadas algumas normas referentes às lajes, que devem ser aplicadas e seguidas.

4.5.1 Espessura mínima das lajes maciças

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), devem ter os seguintes limites mínimos em relação a sua espessura:

- 7 cm para cobertura não em balanço;
- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- 15 cm para lajes com proteção apoiadas em vigas, com o mínimo de $l/42$ para lajes de piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas, sendo l o comprimento do vão em cm.

4.5.2 Cobrimento nominal mínimo

Para Cardoso Júnior (2008) a durabilidade das estruturas está diretamente relacionada à qualidade do concreto e ao cobrimento das armaduras, que se refere à espessura de concreto utilizada para proteger as armaduras de ataques químicos. TAB. 5.

Tabela 5 – Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Insignificante
II	Média	Pequeno
III	Forte	Grande
IV	Muito forte	Elevado

Fonte: Cardoso Júnior (2008)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece os valores para cobrimento das armaduras conforme a agressividade ambiental que estão sujeitas, conforme TAB. 6.

Tabela 6 – Cobrimentos nominais mínimos para lajes:

Classe de agressividade	I	II	III	IV
Cobrimento nominal (mm)	20	25	35	45

Fonte: Cardoso Júnior (2008)

4.5.3 Espaçamento máximo das armaduras longitudinais

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), o espaçamento máximo entre as barras longitudinais na região dos momentos fletores maiores é, no máximo, 2 vezes a altura da laje ou 20 cm, prevalecendo o menor.

4.5.4 Cargas para o cálculo de estruturas de edificações

Para Borges (2010), as lajes devem ser projetadas de forma a suportar todo o carregamento, ou ações sobre o elemento, e resistir ao esforço provocado por este carregamento, que podem ser permanentes (peso próprio da estrutura e dos elementos construtivos que a compõem) ou acidentais (pessoas, móveis e materiais diversos). Este conjunto de ações é chamado de sobrecarga e é medido em kg/m² e avaliado conforme as tabelas expostas na NBR 6120 (ABNT, 2000).

4.5.5 Deslocamentos-limites

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 76), “deslocamentos-limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura” e que devem seguir os limites estabelecidos na tabela 13.3 da referida norma. Para as lajes, a flecha máxima em serviço quando atuar todas as cargas deve ser $\frac{l}{250}$, onde l é o menor vão da laje retangular. Quando atuar apenas a carga acidental, esse limite deve ser igual a $\frac{l}{350}$. Para as lajes em balanço, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

A NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 78) evidencia que os” deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\frac{l}{350}$ ”.

4.6 Aplicações móveis

Lechetta (2010) cita através dos seus estudos que, atualmente, no mundo, cerca de três bilhões de pessoas possuem aparelhos celulares, o que corresponde a quase metade da população mundial. Com posse dessa informação, o mercado corporativo deste segmento vem crescendo de forma rápida e contínua devido à grande procura de aplicações móveis que venha a suprir a necessidade que o ser humano adquiriu de facilitar o seu dia a dia, como também, preencher intervalos de tempo livres através de entretenimentos ou de comodidades como, por exemplo: efetuar o pagamento de contas diretamente de dispositivos ou realizar o gerenciamento de saldos e extratos bancários através das aplicações disponibilizadas pela agência bancária.

A disseminação das tecnologias tem permitido que serviços sejam customizados para atender às necessidades e ao perfil dos clientes dos mais diversos estabelecimentos. Estas mudanças geram, conseqüentemente, resultados positivos, pois além de tornar mais ágil a prestação de um serviço, integra gestores, clientes e funcionários. (OLIVEIRA; MEDINA, 2007).

Diante disso, observou-se que, nas últimas décadas, o aumento no uso de dispositivos móveis e sua constante evolução tem feito com que os usuários se mantenham em um processo de aprendizagem ininterrupto a fim de se adaptarem à infinidade de aplicações existentes nestes dispositivos. As aplicações existentes nos ambientes de programação tornaram máquinas como os celulares e *tablets*, em ferramentas potentes que possuem os conhecidos ambientes *desktops* em novas plataformas que ganharam autonomia em função do acesso à Internet, facilitando o acesso à informação. (OLIVEIRA; MEDINA, 2007).

4.6.1 *Android*

Sabóia, Vargas e Viva (2013) apontam o uso de dispositivos para plataformas *Android* nos casos de educação à distância, pois por meio deste tipo de metodologia é possível contribuir para a aprendizagem dos alunos em qualquer lugar que ele se encontre. Além disso, os autores

destacam que este tipo de aplicativo tem benefícios como o baixo custo, a popularidade, facilidade de acesso e expansão das possibilidades de aprendizagem.

Lechetta (2010), também destaca que nada disso seria possível se não houvesse um sistema operacional robusto por trás de toda essa tendência móvel, e dentre todos os sistemas portáteis, o que obtém maior percentual de crescimento devido à sua portabilidade e facilidade de desenvolvimento de aplicações é o *Android* (ANDROID, 2015).

O *Android* surgiu da aliança entre empresas de tecnologia e o Google, que tinham como objetivo desenvolver uma plataforma possuidora de um tipo de sistema operacional com aplicativos e interface dos usuários, voltado para o segmento de telefonia móvel. Segundo Antoniu Neto, Kuk e Porfírio (2013) é o mais utilizado em todo o mundo quando se faz referência aos dispositivos móveis, por atender as mais diversas situações dos usuários, que vai do entretenimento até seu uso para negócios e trabalho. Embalados por essas facilidades, empresas que necessitam de mobilidade por parte de seus funcionários e agilidade no atendimento aos clientes, tem feito desta tecnologia uma aliada na execução de tarefas.

4.6.2 *Android Studio*

A ferramenta escolhida para o desenvolvimento é o *Android Studio*, pois é o IDE (*Integrated Development Environment*) oficial do *Android*. Criado especificamente para o *Android*, ele acelera o desenvolvimento e ajuda a criar aplicativos de qualidade para todos os dispositivos *Android*. (Carvalho, 2013)

O layout do *Android Studio* é simples, porém intuitivo, e facilita bastante a vida de quem está criando um aplicativo, mas não é nenhum grande expert em programação. Entre os recursos disponíveis estão a fácil alteração do visual de uma determinada janela do aplicativo, opções para visualizar a exibição de conteúdo em diversos idiomas e também layouts pré-definidos para facilitar o desenvolvimento do programa.

5 METODOLOGIA

A metodologia utilizada para este trabalho foi a pesquisa bibliográfica acerca das normas e processos de dimensionamento e detalhamento de lajes maciças em concreto armado, tanto pelo método plástico (ELU) quanto pelo método elástico (ELS), seguida pelo desenvolvimento de um aplicativo.

A pesquisa bibliográfica, segundo Marconi e Lakatos (2003), envolve a bibliografia publicada a respeito de determinado assunto e tem o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com o que foi registrado através de livros, jornais, monografias, teses, gravações, áudios, dentre outros meios de comunicação. O referencial teórico fornecerá o embasamento necessário para a realização dos cálculos e validação do aplicativo.

Após o levantamento dos métodos e processos para dimensionamento das lajes, foram definidas todas as variáveis e os dados que foram fornecidas pelo usuário. Em seguida, realizou-se a organização das expressões e demais informações necessárias para a elaboração do aplicativo.

Ressalta-se que não serão detalhados os métodos computacionais utilizados para a programação do aplicativo, visto que, o objetivo do presente trabalho é a obtenção de resultados derivados dos cálculos para dimensionamento de lajes retangulares maciças em concreto armado, submetidas a cargas distribuídas.

O uso do aplicativo facilita e simplifica a vida das pessoas, sem dizer que é *mobile*. A única desvantagem é que, para ser usuário, tem que possuir um *smartphone* que tenha um sistema operacional *Android*.

Concluída a elaboração do aplicativo, foi realizada a validação dos dados obtidos em relação aos cálculos manuais efetuados pela autora, fundamentados pelo referencial teórico, analisando e corrigindo eventuais erros.

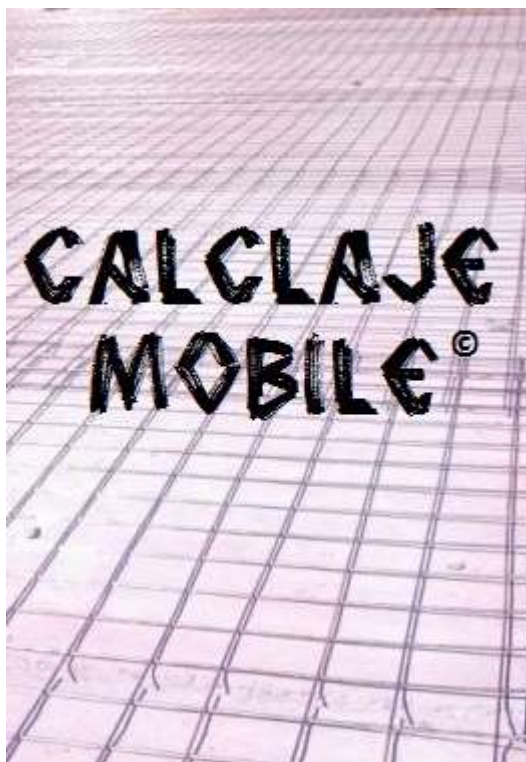
5.1 O aplicativo

No próximo capítulo será apresentado o aplicativo para o cálculo de lajes em concreto armado, denominado *CalcLaje Mobile*, ressaltando suas principais características e funções.

6 INICIALIZAÇÃO DO APLICATIVO

A FIG. 11 apresenta a tela inicial do aplicativo *CalcLaje Mobile*, desenvolvido por meio da ferramenta *Android Studio*.

Figura 11 – Tela do Aplicativo *CalcLaje Mobile* – Tela Inicial



Fonte: A autora (2017)

Para o cálculo de lajes é necessária a entrada dos dados que a compõe. Neste cadastro são digitados a descrição da laje, importante para sua identificação, dimensão dos vãos efetivos, tipo de concreto, tipo de aço, classe de agressividade, método de cálculo desejado pelo usuário, revestimento e a carga acidental, conforme a FIG. 12.

Figura 12 - Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Cadastro da laje

Cadastro de laje

Descrição da Laje
Laje 1

La (Menor vão efetivo)	Lb (Maior vão efetivo)
2.95	4.00

Espessura (cm)	Revestimento (kN/m ²)
10	1

Carga accidental (kN/m²)
1.5

SUGESTÃO DE CARGA

Tipo de concreto: (kN/m²) aço Agressividade

C30 CA-60 CAA II

Método de cálculo

Plástico (Chameiras plásticas)

Elástico (Método de Marcus)

→

Fonte: A autora (2017)

O aplicativo fornece algumas opções de cargas accidentais, similar à tabela 1 da NBR 6120 e o ANEXO II com os tipos de ambientes, conforme a FIG. 13.

Figura 13 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Tipo de Ambiente

Tipo de Ambiente

- Arquivancadas
- Balcoões
- Bancos
- Bibliotecas
- Casa de Máquinas
- Cinemas
- Clubes
- Corredores
- Cozinhas não residenciais
- Edifícios residenciais
- Escadas
- Escolas
- Escritório
- Forros
- Galerias de arte
- ...

✓

Fonte: A autora (2017)

Alguns tipos de ambientes possuem subitens para serem escolhidos de acordo com local da laje em questão, conforme a FIG. 14.

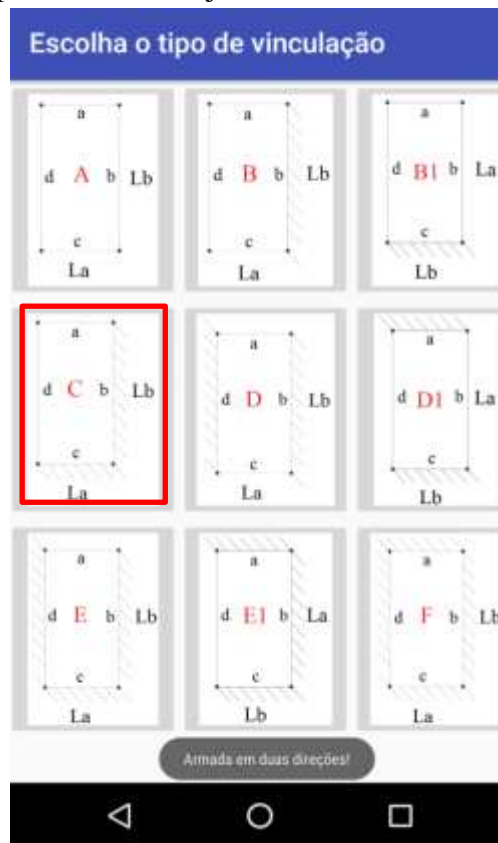
Figura 14 - Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Local



Fonte: A autora (2017)

A próxima etapa é a escolha do tipo de vinculação da laje, que depende da relação entre os vãos, e a FIG. 15 que apresenta as opções para as lajes armadas em uma e duas direções. Depois de feita a escolha, aparecerá uma mensagem indicando se a laje é armada em uma ou duas direções, conforme a FIG. 15.

Figura 15 - Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Escolha do tipo de vinculação de lajes



Fonte: A autora (2017)

Após definido o tipo de carregamento atuante na laje e a escolha do tipo de vinculação, o carregamento total será calculado automaticamente, conforme a FIG. 16.

Figura 16 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Esforços e Carregamento total

Fonte: A autora (2017)

6.1 Cálculo dos esforços solicitantes

Após a inclusão dos dados, o usuário passará para a próxima tela que funcionará como uma calculadora de cargas, onde são expostos os valores da flecha, momentos positivos e negativos e reações de apoio, conforme a FIG. 17.

Figura 17 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Cálculo das cargas

Esforços		
Carregamento total = 5.5 kN/m ²		
Flecha		
Calculada	0.106984034	cm
Admissível	1.18	cm
Momentos Positivos		
Mx	2.028125	kN*m/m
My	1.0337744	kN*m/m
Momentos Negativos		
Ma	-	kN*m/m
Mb	3.0421877	kN*m/m
Mc	1.5506616	kN*m/m
Md	-	kN*m/m
Reações		
Ra	2.969175	kN/m
Rb	6.6198	kN/m
Rc	5.143325	kN/m
Rd	3.812875	kN/m

Fonte: A autora (2017)

6.2 Dimensionamento das armaduras

A próxima etapa é o dimensionamento das armaduras. A figura 18 mostra os cálculos das armaduras positivas com os aços necessários, tanto na direção x, quanto na direção y.

Figura 18 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Armaduras Positivas

The screenshot shows the 'Armadura Positiva' (Positive Reinforcement) screen. It is divided into two sections: 'Direção X' (Direction X) and 'Direção Y' (Direction Y). Each section has a radio button for 'Diâmetro da barra' (Bar Diameter) which is selected, and another for 'Espaçamento da barra' (Bar Spacing) which is unselected. Below these, the bar diameter is set to 'Ø 5.0'. The area of steel (AS) is calculated as '1.1591 cm²/m'. The final result for Direction X is '19 Ø5.0 c/16.0 - 295.0' and for Direction Y is '25 Ø5.0 c/16.0 - 400.0'. A green arrow button is located at the bottom right of the screen.

Fonte: A autora (2017)

A armadura positiva pode ser definida pelo usuário, tanto pelo diâmetro mínimo escolhido de 5.0 mm, quanto pelo espaçamento limitado que varia de 6 a 20 cm e calculado automaticamente a área de aço.

A armadura negativa é dimensionada similar à positiva, porém com algumas peculiaridades mostradas na figura 19. O usuário sabendo o momento, a altura e o menor vão da laje adjacente, e o aplicativo irá comparar os dados para recalcular, assim, melhorando o dimensionamento dos negativos, mas se desconhecido os dados, o usuário prosseguirá para a próxima tela.

Figura 19 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Armaduras Negativas

Armadura Negativa

Lado B

Momento laje adjacente _____ kN.m/m

Altura laje adjacente _____ cm

Menor vão laje adjacente _____ m

RECALCULAR

AS = _____ 1.73 _____ cm²/m

Diâmetro da barra

Espaçamento da barra

Ø 5.0

15 Ø5.0 c/11.0 - 163.5

Lado C

Momento laje adjacente _____ kN.m/m

Altura laje adjacente _____ cm

Menor vão laje adjacente _____ m

RECALCULAR

AS = _____ 1.73 _____ cm²/m

Diâmetro da barra

Espaçamento da barra

Ø 5.0

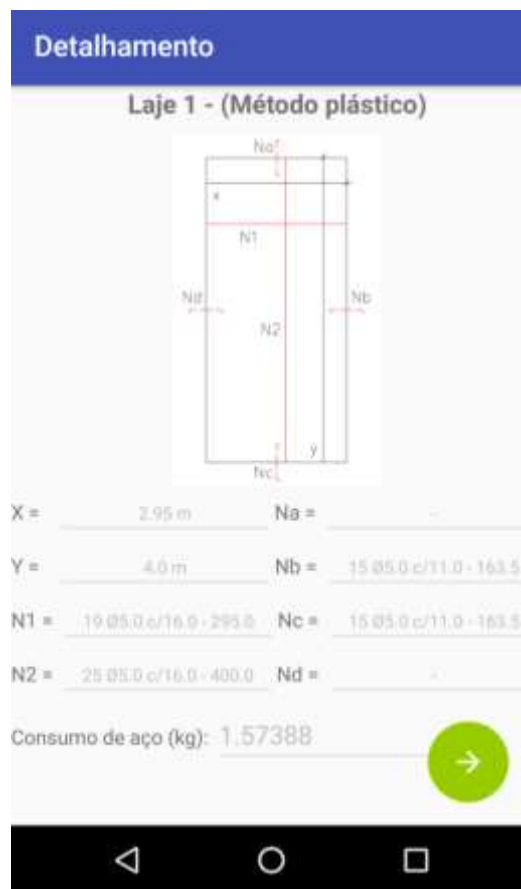
15 Ø5.0 c/11.0 - 163.5

Fonte: A autora (2017)

6.3 Detalhamento

Depois de calculado todas as ferragens, são apresentados o detalhamento da laje mostrado na figura 20, com o nome do projeto, o método de cálculo, o esquema gráfico com legenda informando a quantidade de aço, bitola, comprimento das barras e consumo total de aço.

Figura 20 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Armaduras Positivas



Fonte: A autora (2017)

6.4 Relatório

Por fim, a última tela do aplicativo consiste em reproduzir relatório apresentado na figura 21, com função de agrupar todas as informações no dimensionamento da laje, oferecendo ao usuário a opção de enviar por *e-mail* a memória de cálculo.

Figura 21– Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* – Relatório

Relatório

Relatório do projeto

DADOS DE ENTRADA
 Nome do projeto: Laje 1
 Maior vão efetivo: 2.95 m
 Menor vão efetivo: 4.0 m
 Tipo de concreto: C30
 Tipo de aço: CA-60
 Classe de agressividade ambiental: CAA II
 Espessura da laje: 10.0 cm
 Vinculação: AE - Apoiada x Engastada
 Carregamento: 5.5 kN/m
 Método de cálculo: Plástico

ESFORÇOS
 Flecha calculada: 0.106984034 cm
 Flecha admissível: 1.18 cm


MOMENTOS POSITIVOS
 Mx: 2.028125 kN.m/m
 My: 1.0337744 kN.m/m

MOMENTOS NEGATIVOS
 Ma: 0.0 kN.m/m
 Mb: 3.0421877 kN.m/m
 Mc: 1.5506616 kN.m/m
 Md: 0.0 kN.m/m

REAÇÕES
 Ra: 2.969175 kN/m
 Rb: 6.6198 kN/m
 Rc: 5.143325 kN/m
 Rd: 3.812875 kN/m

ARMADURA POSITIVA
 Direção X
 Taxa de armadura: 1.1591 cm²/m
 Armadura escolhida: 19 Ø5.0 c/16.0 - 295.0
 Direção Y
 Taxa de armadura: 1.1591 cm²/m
 Armadura escolhida: 19 Ø5.0 c/16.0 - 295.0

ARMADURA NEGATIVA
 Lado A
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -
 Lado B
 Taxa de armadura: 1.73 cm²/m
 Armadura escolhida: 15 Ø5.0 c/11.0 - 163.5
 Lado C
 Taxa de armadura: 1.73 cm²/m
 Armadura escolhida: 15 Ø5.0 c/11.0 - 163.5
 Lado D
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -

CONSUMO
 Consumo total de aço: 1.57388 Kg 

6.5 Exemplos

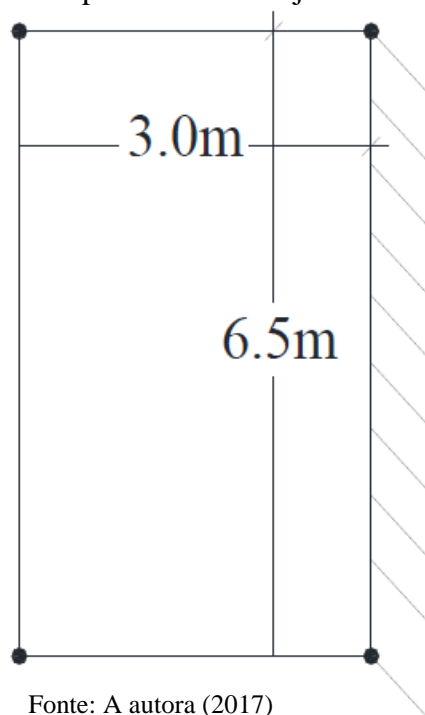
Considerando a validação do aplicativo e análise dos resultados, foram elaborados dois exemplos de projetos, sendo eles: laje armada em uma direção no método elástico e laje armada em duas direções no método plástico.

Nos dois exemplos, os resultados do aplicativo compatibilizam com os cálculos manuais do exemplo “A” do APÊNDICE I e exemplo “B” do APÊNDICE II, demonstrando a eficiência e validação do mesmo.

6.5.1 Exemplo A: laje armada em uma direção no método elástico

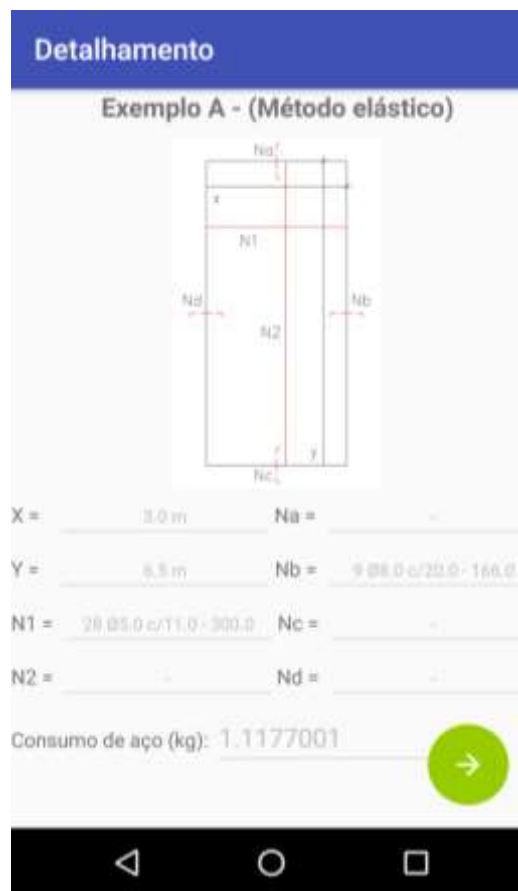
O exemplo “A” corresponde uma laje da figura 22 armada em uma direção, engastada x apoiada, onde o tipo de ambiente é um edifício residencial, mais especificamente um dormitório em um ambiente urbano, com classe de agressividade II, espessura da laje de 10 cm, executada com concreto C30 e aço CA-60, com valor de revestimento igual a 1kN/m, calculada no método elástico.

Figura 22 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Exemplo A: Detalhamento



Empregando o método elástico, encontramos o detalhamento (FIG.23), onde temos a imagem da laje acompanhada com a legenda, onde x e y são das dimensões da laje, $N1$ e $N2$ são as armaduras positivas e Na , Nb , Nc e Nd são as armaduras negativas e o consumo total de aço.

Figura 23 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Exemplo A: Detalhamento



Fonte: A autora (2017)

Em seguida, temos o relatório geral (FIG. 24), que reuni todas as informações das telas anteriores para melhor visualização.

Figura 24 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* - Exemplo A: Relatório

Relatório

Relatório do projeto

DADOS DE ENTRADA
 Nome do projeto: Exemplo A
 Maior vão efetivo: 3.0 m
 Menor vão efetivo: 6.5 m
 Tipo de concreto: C30
 Tipo de aço: CA-60
 Classe de agressividade ambiental: CAA II
 Espessura da laje: 10.0 cm
 Vinculação: AE - Apoiada x Engastada
 Carregamento: 5.5 kN/m
 Método de cálculo: Elástico

ESFORÇOS
 Flecha calculada: 0.07281633 cm
 Flecha admissível: 0.17912817 cm

MOMENTOS POSITIVOS
 Mx: 3.4810126 kN.m/m
 My: 0.0 kN.m/m

MOMENTOS NEGATIVOS
 Ma: 0.0 kN.m/m
 Mb: 6.1875 kN.m/m
 Mc: 0.0 kN.m/m
 Md: 0.0 kN.m/m

REAÇÕES
 Ra: 0.0 kN/m
 Rb: 10.3125 kN/m
 Rc: 0.0 kN/m
 Rd: 6.1875 kN/m

ARMADURA POSITIVA
 Direção X
 Taxa de armadura: 1.73 cm²/m
 Armadura escolhida: 28 Ø5.0 c/11.0 - 300.0
 Direção Y
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -

ARMADURA NEGATIVA
 Lado A
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -
 Lado B
 Taxa de armadura: 2.3161974 cm²/m
 Armadura escolhida: 9 Ø8.0 c/20.0 - 166.0
 Lado C
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -
 Lado D
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -

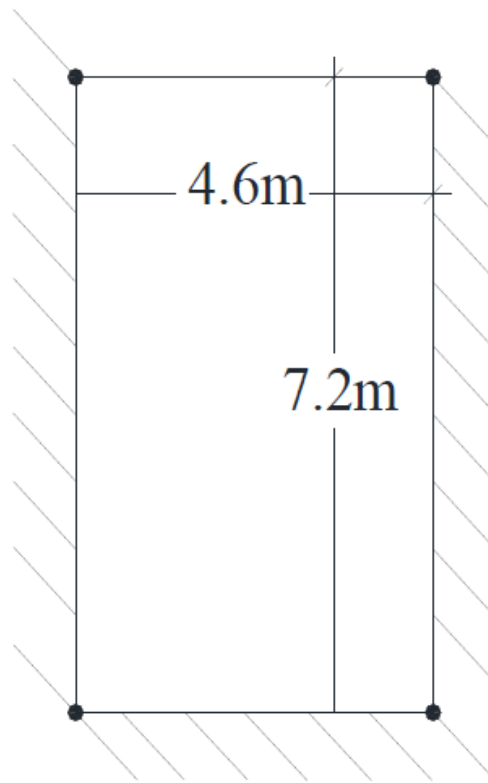
CONSUMO
 Consumo total de aço: 1.1177001 K



6.5.2 Exemplo B: laje armada em duas direções no método plástico

O exemplo “B” corresponde uma laje da figura 25 armada duas direções, engastada x engastada, onde o tipo de ambiente é um vestíbulo sem acesso ao público em um ambiente urbano, com classe de agressividade II, espessura da laje de 10 cm, executada com concreto C30 e aço CA-60, com valor de revestimento igual a 1kN/m, calculada no método plástico.

Figura 25 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* – Exemplo B: Detalhamento



Fonte: A autora (2017)

Empregando o método elástico, encontramos o detalhamento conforme a figura 26.

Figura 26 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* – Exemplo B: Detalhamento

Detalhamento

Exemplo B - (Método plástico)

X = 4.6 m Na = -

Y = 7.2 m Nb = 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0

N1 = 39 Ø5.0 c/12.0 - 460.0 Nc = 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0

N2 = 45 Ø6.0 c/16.0 - 720.0 Nd = 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0

Consumo de aço (kg): 4.7323

→

Fonte: A autora (2017)

E, por fim, o relatório geral com todas as informações, conforme a figura 27.

Figura 27 – Tela do Aplicativo CalcLaje *Mobile* – Exemplo B: Relatório

Relatório

Relatório do projeto

DADOS DE ENTRADA
 Nome do projeto: Exemplo B
 Maior vão efetivo: 4.6 m
 Menor vão efetivo: 7.2 m
 Tipo de concreto: C30
 Tipo de aço: CA-60
 Classe de agressividade ambiental: CAA II
 Espessura da laje: 10.0 cm
 Vinculação: EE - Engastada x Engastada
 Carregamento: 5.5 kN/m
 Método de cálculo: Plástico

ESFORÇOS
 Flecha calculada: 0.43360844 cm
 Flecha admissível: 1.84 cm

MOMENTOS POSITIVOS
 Mx: 4.375188 kN.m/m
 My: 1.1409804 kN.m/m

MOMENTOS NEGATIVOS
 Ma: 0.0 kN.m/m
 Mb: 6.562782 kN.m/m
 Mc: 1.7114706 kN.m/m
 Md: 6.562782 kN.m/m

REAÇÕES
 Ra: 3.6431997 kN/m
 Rb: 9.538099 kN/m
 Rc: 6.325 kN/m
 Rd: 9.538099 kN/m

ARMADURA POSITIVA
 Direção X
 Taxa de armadura: 1.6151621 cm²/m
 Armadura escolhida: 39 Ø5.0 c/12.0 - 460.0
 Direção Y
 Taxa de armadura: 1.1591 cm²/m
 Armadura escolhida: 39 Ø5.0 c/12.0 - 460.0

ARMADURA NEGATIVA
 Lado A
 Taxa de armadura: 0.0 cm²/m
 Armadura escolhida: -
 Lado B
 Taxa de armadura: 2.4639516 cm²/m
 Armadura escolhida: 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0
 Lado C
 Taxa de armadura: 1.73 cm²/m
 Armadura escolhida: 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0
 Lado D
 Taxa de armadura: 2.4639516 cm²/m
 Armadura escolhida: 13 Ø8.0 c/20.0 - 246.0

CONSUMO
 Consumo total de aço: 4.7323 Kg



Fonte: A autora (2017)

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho atendeu seu objetivo de desenvolver um aplicativo para o cálculo de lajes maciças e retangulares em concreto armado, com uma interface simples e coerente, que facilite a sua utilização tanto em ambiente acadêmico quanto profissional. Pode-se afirmar que ele atenderá às necessidades e expectativas de graduandos e graduados em Engenharia Civil, quanto à sua funcionalidade e praticidade.

O aplicativo permite o cálculo de lajes maciças e retangulares em concreto armado por meio do método plástico (charneiras plásticas) e do método elástico (método de Marcus), o que oferece maior segurança aos usuários, além de promover o dimensionamento e detalhamento das armaduras, de forma a atender todas as exigências das NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 6120 (2000).

O aplicativo foi validado, pela autora, através da comparação entre exemplos calculados por ele e manualmente, tanto para o método plástico quanto para o elástico.

Recomenda-se, para garantir a eficiência nos cálculos, o conhecimento prévio do usuário quanto às etapas de cálculo de lajes, de modo que não ocorra nenhum equívoco na entrada dos dados e leitura dos relatórios. Sendo assim, o referencial teórico apresentado nesta pesquisa é de grande valia para a utilização correta do aplicativo e entendimento de todas as suas janelas pelos usuários.

REFERÊNCIAS

ANTONIU NETO, A.; KUK, J. N.; PORFIRIO, A. J. **Protótipo para controle de cardápio e pedidos utilizando Android com servidor de interatividade**. 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimentos. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 6120**: cargas para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980. (Versão corrigida: 2000).

BORGES, A. N. **Curso prático de cálculo em concreto armado**: projeto de edifícios. Rio de Janeiro, Imperial Novo Milênio: 2010. 252 p.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de lajes maciças de concreto armado**. 2014. Disponível em: <<https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/lajes.pdf>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

CARNEIRO, R. **Estruturas de concreto II**. Apostila. Belém, nov. UFPA: 2006. Disponível em: <<https://arquitetonica.files.wordpress.com/2011/09/lajes-ufpa.pdf>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo de detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118: 2014. 4. ed. São Carlos, EdUFSCar: 2016.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo de detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. v. 2, São Paulo, PINI: 2009.

CARVALHO, S. G.. Android Studio - Vantagens e Desvantagens em relação ao Eclipse. **Revista iMasters**. n. 08, nov. 2013. Disponível em: <<http://issuu.com/imasters/docs/revista-imasters-8>>. Acesso em: 03 jun. 2017.

FLÓRIO, M. C. **Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

GONZALEZ, R. L. M. **Análise de lajes pela teoria das charneiras plásticas e comparação de custos entre lajes maciças e lajes treliçadas**. 1997. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1997ME_RogérioLucianoMiziaraGonzalez.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2017.

GUARDA, M. C. C. da. **Cálculo de lajes-cogumelo pela teoria das charneiras plásticas**. 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1995ME_MonicaCristinaCardosodaGuarda.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2017.

LECHETTA, R. R. **Google Android**: Aprenda a criar aplicações para dispositivos móveis com o Android SDK. São Paulo: Novatec, 2009.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M.. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo, Ed. Atlas: 2003.

MULLER, A. L. **subsídios para a utilização da teoria das charneiras plásticas na análise de lajes**. Trabalho de conclusão de estágio. Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2000. Disponível em: < <http://usuarios.upf.br/~mkripka/charneiras.pdf>>. Acesso em 02 jun. 2017.

OLIVEIRA, L. R. de; MEDINA, S. D. **Desenvolvimento de objetos de aprendizagem para dispositivos móveis**: uma nova abordagem que contribui para a educação. 2007. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo9/artigos/4aLeandro.pdf>>. Acesso em: 03 jun. 2017

PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. **Estrutura de concreto**. Apostila. Capítulo 17. Dez. 2003. Disponível em:
<http://www.fec.unicamp.br/~almeida/ec802/Laje%20Nervurada/Lajes_nervuradas.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2017.

RIBAS, R. A. J. **Capítulo 5**: lajes. Notas de Aula. Ouro Preto, UFOP: 2015. Disponível em: < http://www.em.ufop.br/deciv/departamento/~rovia/Cap5_Const%20Conc%20Arm_Lajes_A.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2017.

SABÓIA, J.; VARGAS, P. L. de; VIVA, M. A. A. O uso dos dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem no meio virtual. **REVISTA CESUCA VIRTUAL: CONHECIMENTO SEM FRONTEIRAS** v.1, n. 1, jul/2013.

TEPEDINO, J. de M. **Sistemas estruturais II**: lajes retangulares. Apostila. 1983.

ANEXO I – Peso específicos dos materiais de construção

Materiais		Peso específico aparente (kN/m ²)
1 Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gneiss	30
	Granito	28
	Mármore e calcário	28
2 Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico-calcários	20
3 Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
4 Madeiras	Pinho, cedro	5
	Louro, imbuia, pau óleo	6,5
	Guajuvirá, guatambu, grápia	8
	Angico, cabriuva, ipê róse	10
5 Metais	Aço	78,5
	Alumínio e ligas	28
	Bronze	85
	Chumbo	114
	Cobre	89
	Ferro fundido	72,5
	Estanho	74
	Latão	85
	Zinco	72
6 Materiais diversos	Alcatrão	12
	Asfalto	13
	Borracha	17
	Papel	15
	Plástico em folhas	21
	Vidro plano	26

Fonte: NBR 6120 (ABNT, 2000, p. 2)

ANEXO II – Valores mínimos das cargas verticais

	Local	Carga (kN/m ²)
1 Arquibancadas		4
2 Balcões	Mesma carga da peça com a qual se comunicam e as previstas para parapeitos e balcões	-
3 Bancos	Escritórios e banheiros	2
	Salas de diretoria e de gerência	1,5
4 Bibliotecas	Sala de leitura	2,5
	Sala para depósito de livros	4
	Sala com estantes de livros a ser determinada em cada caso ou 2,5 kN/m ² por metro de altura observado, porém o valor mínimo de	6
	(Incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em cada caso, porém com o valor mínimo de	7,5
6 Cinemas	Plateia com assentos fixos	3
	Estúdio e plateia com assentos móveis	4
	Banheiro	2
7 Clubes	Sala de refeições e de assembleia com assentos fixos	3
	Sala de assembleia com assentos móveis	4
	Salão de danças e salão de esportes	5
	Sala de bilhar e banheiro	2
8 Corredores	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
9 Cozinhas não	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
10 Depósitos	A ser determinada em cada caso e na falta de valores experimentais conforme a tabela 1 da NBR 6120	-
11 Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2
12 Escadas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
13 Escolas	Anfiteatro com assentos fixos	
	Corredor e sala de aula	3
	Outras salas	2
14 Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2
15 Forros	Sem acesso a pessoas	0,5
16 Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3

CONTINUAÇÃO DO ANEXO II

17 Galerias de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
18 Garagens e estacionamentos	Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de estacionamentos 25 kN por veículo. Valores de ϕ indicados em 2.2.1.6 da NBR 6120	3
19 Ginásios de esportes		5
20 Hospitais	Dormitórios, enfermarias, sala de recuperação, sala de cirurgia, sala de raio X e banheiro	2
	Corredor	3
21 Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinado em cada caso, porém com o mínimo	3
22 Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
23 Lojas		4
24 Restaurantes		3
25 Teatros	Palcos	5
	Demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas	-
26 Terraços	Sem acesso ao público	
	Com acesso ao público	2
	Inacessível a pessoas	3
	Destinados a heliportos elevados: as cargas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do Ministério da Aeronáutica	0,5 -
27 Vestíbulos	Sem acesso ao público	1,5
	Com acesso ao público	3

Fonte: NBR 6120 (ABNT, 2000, p. 3)

ANEXO III – Reações de apoio em lajes retangulares

Tipo de laje	F		B			C				D		E		
	r_a	r_b	r_a	r'_b	r''_b	r'_a	r''_a	r'_b	r''_b	r_a	r_b	r'_a	r''_a	r_b
0,5	0,25	-	0,165	0,125	0,217	0,183	0,317	-	-	0,144	0,217	0,215	0,217	0,158
0,55	0,25	-	0,172	0,138	0,238	0,183	0,317	-	-	0,144	0,238	0,131	0,227	0,174
0,6	0,25	-	0,177	0,15	0,26	0,183	0,317	-	-	0,144	0,259	0,136	0,236	0,19
0,65	0,25	-	0,181	0,163	0,281	0,183	0,317	-	-	0,144	0,278	0,14	0,242	0,206
0,7	0,25	-	0,183	0,175	0,302	0,183	0,317	-	-	0,144	0,294	0,143	0,247	0,222
0,75	0,25	-	0,183	0,187	0,325	0,183	0,317	-	-	0,144	0,308	0,143	0,249	0,238
0,8	0,25	-	0,183	0,199	0,344	0,183	0,317	-	-	0,144	0,32	0,143	0,25	0,254
0,85	0,25	-	0,183	0,208	0,361	0,183	0,317	-	-	0,144	0,33	0,143	0,25	0,268
0,9	0,25	-	0,183	0,217	0,376	0,183	0,317	-	-	0,144	0,34	0,143	0,25	0,281
0,95	0,25	-	0,183	0,225	0,39	0,183	0,317	-	-	0,144	0,348	0,143	0,25	0,292
1	0,25	0,25	0,183	0,232	0,402	0,183	0,317	0,183	0,317	0,144	0,356	0,143	0,25	0,303
1,05	0,25	0,262	0,183	0,238	0,413	0,183	0,317	0,192	0,332	0,144	0,363	0,143	0,25	0,312
1,1	0,25	0,273	0,183	0,244	0,423	0,183	0,317	0,2	0,346	0,144	0,369	0,143	0,25	0,321
1,15	0,25	0,283	0,183	0,25	0,432	0,183	0,317	0,207	0,358	0,144	0,374	0,143	0,25	0,329

1,2	0,25	0,292	0,183	0,254	0,441	0,183	0,317	0,214	0,37	0,144	0,38	0,143	0,25	0,336
-----	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------	-------	------	-------	------	-------

CONTINUAÇÃO DO ANEXO III

1,25	0,25	0,3	0,183	0,259	0,448	0,183	0,317	0,22	0,38	0,144	0,385	0,143	0,25	0,342
1,3	0,25	0,308	0,183	0,263	0,455	0,183	0,317	0,225	0,39	0,144	0,389	0,143	0,25	0,348
1,35	0,25	0,315	0,183	0,267	0,462	0,183	0,317	0,23	0,399	0,144	0,393	0,143	0,25	0,354
1,4	0,25	0,321	0,183	0,27	0,468	0,183	0,317	0,235	0,408	0,144	0,397	0,143	0,25	0,359
1,45	0,25	0,328	0,183	0,274	0,474	0,183	0,317	0,24	0,415	0,144	0,4	0,143	0,25	0,364
1,5	0,25	0,333	0,183	0,277	0,479	0,183	0,317	0,244	0,423	0,144	0,404	0,143	0,25	0,369
1,55	0,25	0,339	0,183	0,28	0,484	0,183	0,317	0,248	0,429	0,144	0,407	0,143	0,25	0,373
1,6	0,25	0,344	0,183	0,282	0,489	0,183	0,317	0,252	0,436	0,144	0,41	0,143	0,25	0,377
1,65	0,25	0,348	0,183	0,285	0,493	0,183	0,317	0,255	0,442	0,144	0,413	0,143	0,25	0,381
1,7	0,25	0,353	0,183	0,287	0,497	0,183	0,317	0,258	0,448	0,144	0,415	0,143	0,25	0,384
1,75	0,25	0,357	0,183	0,289	0,501	0,183	0,317	0,261	0,453	0,144	0,418	0,143	0,25	0,387
1,8	0,25	0,361	0,183	0,292	0,505	0,183	0,317	0,264	0,458	0,144	0,42	0,143	0,25	0,39
1,85	0,25	0,365	0,183	0,294	0,509	0,183	0,317	0,267	0,463	0,144	0,422	0,143	0,25	0,393
1,9	0,25	0,368	0,183	0,296	0,512	0,183	0,317	0,27	0,467	0,144	0,424	0,143	0,25	0,396
1,95	0,25	0,372	0,183	0,297	0,515	0,183	0,317	0,272	0,471	0,144	0,426	0,143	0,25	0,399
2	0,25	0,375	0,183	0,299	0,518	0,183	0,317	0,275	0,475	0,144	0,428	0,143	0,25	0,401

Fonte: Tepedino (1983)

ANEXO IV – Momentos fletores, regime rígido-plástico

Tipo de laje	A		B		C		D		E		F	
	b/a	ma	mb	ma	mb	ma	mb	ma	mb	ma	mb	ma
0,5	-	-	122,1	50,9	-	-	103,2	65,4	215,6	80,8	-	-
0,55	-	-	92,2	46,5	-	-	81,4	61,6	161,2	73,2	-	-
0,6	-	-	72,6	43,6	-	-	66,9	60,2	125,6	67,8	-	-
0,65	-	-	59,2	41,7	-	-	56,9	60,1	101,4	64,2	-	-
0,7	-	-	49,7	40,6	-	-	49,7	60,8	84,2	61,9	-	-
0,75	-	-	42,7	40,1	-	-	44,3	62,3	71,8	60,6	-	-
0,8	-	-	37,6	40,1	-	-	40,3	64,5	62,5	60	-	-
0,85	-	-	33,6	40,5	-	-	37,2	67,2	55,5	60,1	-	-
0,9	-	-	30,5	41,2	-	-	34,8	70,4	50	60,8	-	-
0,95	-	-	28,1	42,3	-	-	32,8	74	45,7	61,8	-	-
1	24	24	26,1	43,6	40	40	31,2	78	42,2	63,3	60	60
1,05	21,8	24,1	24,5	45,1	36,4	40,1	29,9	82,4	39,4	65,2	54,6	60,2
1,1	20,1	24,3	23,2	46,8	33,5	40,5	28,8	87,1	37,1	67,3	50,2	60,7
1,15	18,6	24,6	22,1	48,8	31	41	27,9	92,2	35,2	69,8	46,6	61,6
1,2	17,4	25,1	21,2	50,9	29	41,8	27,1	97,6	33,5	72,5	43,5	62,7
1,25	16,4	25,6	20,4	53,2	27,3	42,7	26,4	103,2	32,2	75,4	41	64,4
1,3	15,5	26,3	19,8	55,6	25,9	43,8	25,9	109,2	31	76,6	38,8	65,6
1,35	14,8	27	19,2	58,2	24,7	44,9	25,4	115,2	30	82	37	67,4
1,4	14,2	27,8	18,7	61	23,6	46,3	24,9	122,1	29,1	85,6	35,4	69,4
1,45	13,6	28,6	18,2	63,9	22,7	47,7	24,5	128,9	28,4	89,4	34	71,6
1,5	13,1	29,6	17,8	66,9	21,9	49,3	24,2	136,1	27,7	93,4	32,8	73,9
1,55	12,7	30,6	17,5	70,1	21,2	50,9	23,9	143,5	27,1	97,6	31,8	76,4
1,6	12,4	31,6	17,2	73,4	20,6	52,7	23,9	151,1	26,6	102	30,9	79
1,65	12	32,7	16,9	76,8	20	54,5	23,4	159,1	26,1	106,6	30	81,8
1,7	11,7	33,9	16,7	80,3	19,5	56,5	23,2	167,3	25,7	111,3	29,3	84,7
1,75	11,5	35,1	16,5	84	19,1	58,5	23	175,7	25,3	116,2	28,7	87,8
1,8	11,2	36,4	16,3	87,8	18,7	60,69	22,8	184,5	25	121,3	28,1	91
1,85	11	37,7	16,1	91,7	18,4	62,9	22,6	193,5	24,7	126,6	27,6	94,3
1,9	10,8	39,1	15,9	95,8	18	65,2	22,5	202,7	24,4	132	27,1	97,7
1,95	10,7	40,5	15,8	99,9	17,8	67,5	22,3	212,2	24,1	137,6	26,6	101,3
2	10,5	42	15,6	104,2	17,5	70	22,3	222	23,9	143,3	26,3	105

Fonte: Tepedino (1983)

ANEXO V – Flecha elástica em lajes retangulares

Tipo de laje	A	B	C	D	E	F
b/a	f1	f1	f1	f1	f1	f1
0,5	-	0,0068	-	0,0062	0,003	-
0,55	-	0,,9	-	0,008	0,0045	-
0,6	-	0,011	-	0,0098	0,0058	-
0,65	-	0,014	-	0,012	0,0073	-
0,7	-	0,017	-	0,014	0,009	-
0,75	-	0,02	-	0,015	0,011	-
0,8	-	0,022	-	0,017	0,012	-
0,85	-	0,025	-	0,019	0,014	-
0,9	-	0,028	-	0,02	0,015	-
0,95	-	0,03	-	0,021	0,017	-
1	0,048	0,033	0,025	0,023	0,018	0,015
1,05	0,053	0,035	0,027	0,024	0,02	0,016
1,1	0,057	0,037	0,029	0,24	0,021	0,018
1,15	0,062	0,039	0,032	0,025	0,022	0,019
1,2	0,066	0,041	0,34	0,26	0,023	0,02
1,25	0,071	0,043	0,036	0,027	0,024	0,021
1,3	0,075	0,044	0,038	0,027	0,025	0,022
1,35	0,079	0,046	0,04	0,028	0,026	0,023
1,4	0,083	0,047	0,041	0,028	0,026	0,024
1,45	0,087	0,049	0,043	0,029	0,027	0,025
1,5	0,09	0,05	0,045	0,029	0,027	0,026
1,55	0,094	0,051	0,046	0,09	0,028	0,027
1,6	0,097	0,052	0,047	0,029	0,028	0,027
1,65	0,1	0,053	0,048	0,03	0,028	0,027
1,7	0,103	0,053	0,049	0,03	0,028	0,028
1,75	0,106	0,054	0,05	0,03	0,028	0,028
1,8	0,109	0,055	0,05	0,03	0,028	0,028
1,85	0,112	0,056	0,051	0,03	0,029	0,029
1,9	0,114	0,056	0,052	0,03	0,029	0,029
1,95	0,116	0,057	0,054	0,03	0,029	0,029
2	0,119	0,058	0,055	0,03	0,029	0,029

Fonte: Tepedino (1983)

ANEXO VI – Momentos fletores, regime elástico

Tabela 3.11 – Momentos fletores, regime elástico (Tepedino)																					
Tipo de laje	A		B			C				D			E				F				
	b/a	m _a	m _b	m _a	m _b	n _a	m _a	m _b	n _a	n _b	m _a	m _b	n _a	m _a	m _b	n _a	n _b	m _a	m _b	n _a	n _b
0,50	-	-	119,0	44,1	32,8	-	-	-	-	-	113,6	47,9	33,7	222,2	72,7	49,3	35,2	-	-	-	-
0,55	-	-	91,7	40,0	27,6	-	-	-	-	-	88,5	44,8	28,6	161,3	64,3	40,5	30,7	-	-	-	-
0,60	-	-	74,1	37,2	23,8	-	-	-	-	-	73,0	42,9	25,0	123,5	58,4	34,4	27,2	-	-	-	-
0,65	-	-	61,7	35,3	20,9	-	-	-	-	-	60,2	42,0	22,2	99,0	54,3	29,8	24,6	-	-	-	-
0,70	-	-	52,1	34,1	18,6	-	-	-	-	-	53,5	41,7	20,1	82,0	51,3	26,2	22,5	-	-	-	-
0,75	-	-	45,2	33,4	16,8	-	-	-	-	-	47,2	42,0	18,5	69,0	49,5	23,4	21,0	-	-	-	-
0,80	-	-	40,2	33,1	15,4	-	-	-	-	-	42,9	43,0	17,3	59,2	48,4	21,2	19,7	-	-	-	-
0,85	-	-	36,1	33,2	14,2	-	-	-	-	-	39,4	44,2	16,3	52,4	47,9	19,5	19,2	-	-	-	-
0,90	-	-	32,9	33,5	13,3	-	-	-	-	-	36,5	45,7	15,5	47,4	48,0	18,1	18,7	-	-	-	-
0,95	-	-	30,3	33,9	12,5	-	-	-	-	-	34,2	47,8	14,8	43,1	48,6	17,1	18,4	-	-	-	-
1,00	23,6	23,6	28,2	34,4	11,9	37,2	37,2	14,3	14,3	32,4	49,8	14,3	39,7	49,5	16,2	18,3	49,5	49,5	19,4	19,4	
1,10	20,0	23,6	25,1	36,2	10,9	31,3	37,4	12,7	13,6	29,9	54,7	13,5	34,8	52,3	14,8	17,7	41,3	50,4	17,1	18,4	
1,20	17,4	23,7	22,8	38,6	10,2	27,4	38,2	11,5	13,1	28,0	61,5	13,0	31,6	56,5	13,9	17,4	34,8	53,0	15,6	17,9	
1,30	15,5	24,2	21,2	41,4	9,7	24,6	40,0	10,7	12,8	26,7	67,2	12,6	29,4	61,6	13,2	17,4	32,7	56,4	14,5	17,6	
1,40	14,1	25,0	20,0	44,4	9,3	22,6	41,8	10,1	12,6	25,8	75,0	12,3	27,9	68,0	12,8	17,4	30,1	60,7	13,7	17,5	
1,50	13,0	25,7	19,1	47,3	9,0	21,1	44,4	9,6	12,4	25,3	83,9	12,3	26,7	74,1	12,5	17,5	28,3	67,3	13,2	17,5	
1,60	12,1	26,8	18,4	51,4	8,8	20,0	48,2	9,2	12,3	24,8	93,0	12,1	25,9	81,4	12,3	17,7	27,1	73,7	12,8	17,5	
1,70	11,4	27,9	17,8	55,8	8,6	19,2	52,4	9,0	12,3	24,4	101,8	12,0	25,3	88,7	12,1	17,9	26,1	82,4	12,5	17,5	
1,80	10,9	28,8	17,4	59,4	8,4	18,5	56,1	8,7	12,2	24,2	110,2	12,0	24,9	99,6	12,0	18,0	25,5	88,2	12,3	17,5	
1,90	10,5	30,4	17,1	63,0	8,3	18,0	60,2	8,6	12,2	24,0	120,4	12,0	24,5	106,5	12,0	18,0	25,1	98,9	12,1	17,5	
2,00	10,1	31,6	16,8	67,6	8,2	17,5	62,5	8,4	12,2	24,0	131,6	12,0	24,3	113,6	12,0	18,0	24,7	104,2	12,0	17,5	

O valor do momento positivo e dado por $M = pa^2/m$ e do negativo por $X = pa^2/n$
a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão

Fonte: Tepedino (1983)

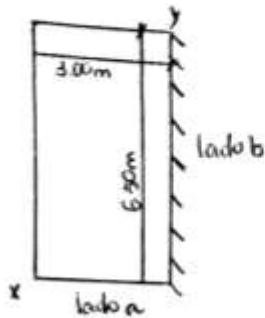
ANEXO VII – Espaçamento para lajes

ϕ	Valores de espaçamentos (cm) - A_s em cm^2/m																								
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4.2	2.32	1.99	1.74	1.54	1.38	1.26	1.16	1.07	0.96	0.93	0.87	0.82	0.77	0.73	0.70	0.66	0.63	0.60	0.58	0.56	0.53	0.51	0.50	0.48	0.46
5.0	3.27	2.8	2.45	2.18	1.96	1.78	1.63	1.51	1.40	1.31	1.23	1.15	1.09	1.03	0.96	0.93	0.89	0.85	0.82	0.78	0.75	0.73	0.70	0.68	0.65
6.3	5.2	4.46	3.90	3.47	3.12	2.84	2.80	2.40	2.23	2.06	1.95	1.84	1.73	1.64	1.58	1.49	1.42	1.36	1.3	1.25	1.20	1.18	1.11	1.08	1.04
8.0	8.38	7.19	6.29	5.52	5.03	4.57	4.19	3.87	3.59	3.35	3.14	2.95	2.79	2.65	2.52	2.40	2.29	2.19	2.10	2.01	1.93	1.86	1.80	1.73	1.68
10.0	12.0	11.23	9.81	8.72	7.85	7.54	6.54	6.04	5.61	5.23	4.91	4.62	4.36	4.13	3.93	3.74	5.57	3.41	3.27	3.14	3.02	2.91	2.80	2.71	2.62
12.5	20.45	17.53	15.34	13.83	12.27	11.15	10.23	9.44	8.76	8.18	7.67	7.22	6.82	6.45	6.14	5.84	5.58	5.33	5.11	4.91	4.72	4.54	4.38	4.23	4.00
Tabela com seção de ferros em função do espaçamento																Espaçamento máximo para lajes →						Espaçamento máximo para estribos →			

Fonte: Tepedino (1983)

APÊNDICE I - Exemplo "A"

Exemplo A: laje armada em 1 direção - Método Elástico



Apoiada e Engastada

$$- h (\text{espessura}) = 10 \text{ cm}$$

- C30
- CA-60

$$q (\text{carga acidental}) = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$g (\text{carga permanente}) = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = q + g \Rightarrow p = 2,5 + 3,0 \Rightarrow p = 5,5 \text{ kN/m}^2$$

$$b/a = 6,90/3 = 2,167$$

Reações

$$\text{Rapoio} = 0,375 \cdot p \cdot a$$

$$\text{Rapoio} = 0,375 \cdot 5,5 \cdot 3$$

$$\text{Rapoio} = 6,187 \text{ kN/m}$$

$$\text{Rengaste} = 0,625 \cdot p \cdot a$$

$$\text{Rengaste} = 0,625 \cdot 5,5 \cdot 3$$

$$\text{Rengaste} = 10,312 \text{ kN/m}$$

Momento Positivo

$$M_x = \frac{p \cdot a^2}{14,22}$$

$$M_x = \frac{5,5 \cdot 3^2}{14,22}$$

$$M_x = 3,483 \text{ kN.m/m}$$

Momento Negativo

$$M_b = \frac{p \cdot a^2}{8}$$

$$M_b = \frac{5,5 \cdot 3^2}{8}$$

$$M_b = 6,187 \text{ kN.m/m}$$

Flecha Calculada

$$f_i = \frac{K \cdot (p_i \cdot a^4)}{384 \cdot (EI)}$$

$$f_i = \frac{2 \cdot (3,75 \times 10^{-2} \cdot 300^4)}{384 \cdot (21726328,11)}$$

$$f_i = 0,072 \text{ cm}$$

Flecha Admissível

$$f_0 = 2,46 \cdot f_i$$

$$f_0 = 2,46 \cdot 0,072$$

$$f_0 = 0,177 \text{ cm}$$

Onde: *K = 2 (apoiada e engastada)

$$*p_i = g + \sqrt{2} \cdot q / 100$$

$$p_i = 3 + 0,3 \cdot 2,5 / 100$$

$$p_i = 3,75 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}$$

$$*(EI) = E_c \cdot I_c$$

$$(EI) = \left(\frac{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}}{10} \right) \cdot \left(b \cdot \frac{h^3}{12} \right)$$

$$(EI) = \left(\frac{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}}{10} \right) \cdot \left(100 \cdot \frac{10^3}{12} \right)$$

$$(EI) = 21726328,11 \text{ kN/cm}^2$$

CONTINUAÇÃO APÊNDICE I - Exemplo "A"

→ Cálculo das Armaduras
- Armadura Positiva

$$M_x = 3,483 \text{ kN.m/m}$$

$$K' = \frac{M_x \cdot 1,4 \cdot 100}{f_c \cdot b \cdot d^2}$$

$$K' = \frac{3,483 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2}$$

$$K' = 0,047$$

$$A_s = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_y d} \cdot (1 - \sqrt{1 - (2 \cdot K')})$$

$$A_s = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} \cdot (1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,047)})$$

$$A_s = 1,260 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{Usar } A_{s \text{ min.}} = 1,73 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 28 \phi 5,0 \text{ d/11-300}$$

$$A_{s \text{ min.}} = \frac{\rho_{\text{min.}} \cdot b \cdot h}{100} \quad Q = \frac{\text{face a face}}{\text{espaçamento}}$$

$$A_{s \text{ min.}} = \frac{0,173 \cdot 100 \cdot 10}{100} \quad Q = \frac{300}{11} = 27,27 = 28 \text{ barras}$$

$$A_{s \text{ min.}} = 1,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Armadura Negativa

$$M_b = 6,187 \text{ kN.m}$$

$$\text{menor } w_u/4$$

$$K' = \frac{M_b \cdot 1,4 \cdot 100}{f_c \cdot b \cdot d^2}$$

$$300/4 = 75$$

$$\text{dobera} = h - 2$$

$$\text{dobera} = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

$$K' = \frac{6,187 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2}$$

$$L = 2 \times (75 + 8) = 166 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{L}{\text{espaçamento}}$$

$$K' = 0,084$$

$$\text{espaçamento}$$

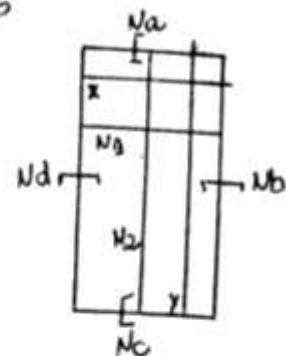
$$A_s = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_y d} (1 - \sqrt{1 - (2 \cdot K')})$$

$$Q = \frac{166}{13} = 12,7 = 13 \text{ barras}$$

- Consumo total de aço: 0,868 kg

$$A_s = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,084)}) \Rightarrow A_s = 2,298 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\Rightarrow 13 \phi 6,3 \text{ d/13-166}$$



$$x = 3,00 \text{ m}$$

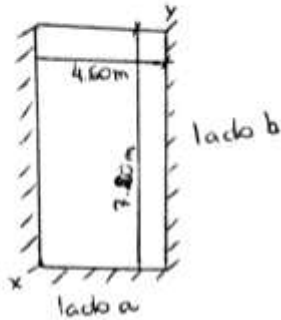
$$y = 6,50 \text{ m}$$

$$N_s = 28 \phi 5,0 \text{ d/11-300}$$

$$N_b = 13 \phi 6,3 \text{ d/13-166}$$

APÊNDICE II – Exemplo “B”

Exemplo B: Laje armada em 2 direções - Método Plástico



Engastada x Engastada

- h (espessura) = 10cm

$$b/a = 7,20/4,60 = 1,56$$

- C30

- CA-60

$$q = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$g = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$P = q + g \Rightarrow P = 2,5 + 3,0 \Rightarrow P = 5,5 \text{ kN/m}^2$$

R tabela

$$R_a = 0,144$$

$$R_b = R_d = 0,377$$

$$R_c = 0,250$$

Reações

$$R_a = R_a \cdot P \cdot a$$

$$R_a = 0,144 \cdot 5,5 \cdot 4,60$$

$$R_a = 3,64 \text{ kN/m}$$

$$R_b = R_d = 0,377 \cdot 5,5 \cdot 4,60$$

$$R_b = R_d = 9,53 \text{ kN/m}$$

$$R_c = 0,250 \cdot 5,5 \cdot 4,60$$

$$R_c = 6,32 \text{ kN/m}$$

m tabela

$$m_x = 26,6$$

$$m_y = 102$$

Momentos Positivos

$$M_x = \frac{P \cdot a^2}{m_x}$$

$$M_x = \frac{5,5 \cdot 4,60^2}{26,6}$$

$$M_x = 4,37 \text{ kN.m/m}$$

$$M_y = \frac{P \cdot a^2}{m_y}$$

$$M_y = \frac{5,5 \cdot 4,60^2}{102}$$

$$M_y = 1,14 \text{ kN.m/m}$$

Momentos Negativos

$$M_b = M_d = 1,5 \cdot M_x$$

$$M_b = M_d = 1,5 \cdot 4,37$$

$$M_b = M_d = 6,55 \text{ kN.m/m}$$

$$M_c = 1,5 \cdot M_y$$

$$M_c = 1,5 \cdot 1,14$$

$$M_c = 1,71 \text{ kN.m/m}$$

Flecha calculada

$$f_0 = \frac{f_1 (p_0 \cdot a^4)}{E_c \cdot I^3}$$

$$f_0 = \frac{0,028 \cdot (0,00092 \cdot 4,60^4)}{2607,15 \cdot 10^3}$$

$$f_0 = 0,442 \text{ cm}$$

Flecha admissível

$$f_{adm} = \frac{\text{menor vão}}{250} \Rightarrow f_{adm} = \frac{460}{250} \Rightarrow f_{adm} = 1,84 \text{ cm}$$

onde: * $f_1 = 0,028$ (tabela)

$$* p_0 = 2,46 \cdot g + 0,738 \cdot q / 10000$$

$$p_0 = 2,46 \cdot 3 + 0,738 \cdot 2,5 / 10000$$

$$p_0 = 0,00092 \text{ kN/cm}^2$$

$$* E_c = \left(\frac{0,85 \cdot 5600 \sqrt{30}}{10} \right)$$

$$E_c = 2607,15 \text{ kN/cm}^2$$

CONTINUAÇÃO APÊNDICE II – Exemplo “B”

→ Cálculo das Armaduras

- Armadura Positiva

$$M_x = 4,37 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$$

$$K' = \frac{M_x \cdot 1,4 \cdot 100}{f_c \cdot b \cdot d^2}$$

$$K' = \frac{4,37 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2}$$

$$K' = 0,059$$

$$A_{s\text{mín.}} = 0,67 \cdot \frac{\rho_{\text{mín.}} \cdot b \cdot h}{100}$$

$$A_{s\text{mín.}} = 0,67 \cdot \frac{0,173 \cdot 100 \cdot 10}{100}$$

$$A_{s\text{mín.}} = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot K')} \right) \Rightarrow A_s = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,059)} \right)$$

$$A_s = 1,60 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 39 \phi 5,0 \text{ d } 12 - 460$$

$$Q = \frac{460}{12} \Rightarrow Q = 38,33 = 39 \text{ barras}$$

$$M_y = 1,14 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$$

$$K' = \frac{M_y \cdot 1,4 \cdot 100}{f_c \cdot b \cdot d^2}$$

$$K' = \frac{1,14 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2} \Rightarrow K' = 0,015$$

$$A_s = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,015)} \right)$$

$$A_s = 0,39 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{usar } A_{s\text{mín.}} = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 45 \phi 5,0 \text{ d } 16 - 720$$

$$Q = \frac{720}{16} = 45 \text{ barras}$$

$$\text{onde: } f_c = \left(\frac{0,85 \cdot f_{ck}}{1,4} \right) / 10$$

$$f_c = \left(\frac{0,85 \cdot 30}{1,4} \right) / 10 \Rightarrow f_c = 1,82 \text{ kN/cm}^2$$

$$* d = h - d' \Rightarrow d = 10 - 25 \Rightarrow d = 7,5 \text{ cm}$$

$$* f_{yd} = \frac{\text{tipo de apo}}{1,15}$$

$$f_{yd} = \frac{60}{1,15} \Rightarrow f_{yd} = 52,17 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_{\text{mín.}} = 0,173$$

CONTINUAÇÃO APÊNDICE II – Exemplo “B”

- Armaduras Negativas

$$M_b = M_d = 6,55 \text{ KN.m/m}$$

$$K' = \frac{M \cdot L \cdot 100}{f_c \cdot b \cdot d^2}$$

$$K' = \frac{6,55 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2} = K' = 0,089$$

$$A_{s\text{mín.}} = \frac{P_{\text{mín.}} \cdot 100 \cdot 10}{100}$$

$$A_{s\text{mín.}} = \frac{0,173 \cdot 100 \cdot 10}{100}$$

$$A_{s\text{mín.}} = 1,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_y \cdot \sigma_s} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot K')} \right)$$

$$L/4 = 460/4 = 115$$

$$\text{dobera} = 10 - 2 = 8$$

$$L' = 2 \cdot (115 + 8)$$

$$A_s = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,089)} \right) \quad L' = 246 \text{ cm}$$

$$A_s = 2,44 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 13 \phi 8.0 \text{ d } 20 - 246$$

$$Q = \frac{246}{20} = 12,3 = 13 \text{ barras}$$

$$M_c = 1,73 \text{ KN.m/m}$$

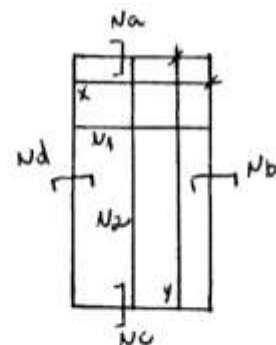
$$K' = \frac{1,73 \cdot 1,4 \cdot 100}{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5^2}$$

$$K' = 0,023$$

$$A_{s1} = \frac{1,82 \cdot 100 \cdot 7,5}{52,17} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - (2 \cdot 0,023)} \right)$$

$$A_s = 0,60 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{usar } A_{s\text{mín.}} = 1,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$Q = \frac{246}{20} = 12,3 = 13 \text{ barras} \quad \rightarrow 13 \phi 8.0 \text{ d } 20 - 246$$



$$x = 4,60 \text{ m}$$

$$y = 7,20 \text{ m}$$

$$N_1 = 39 \phi 5.0 \text{ d } 12 - 460$$

$$N_2 = 45 \phi 5.0 \text{ d } 16 - 720$$

$$N_b = 13 \phi 8.0 \text{ d } 20 - 246$$

$$N_c = 13 \phi 8.0 \text{ d } 20 - 246$$

$$N_d = 13 \phi 8.0 \text{ d } 20 - 246$$

Consumo total de aço: 4,72 Kg