

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DE FORMIGA – UNIFOR-MG
CURSO DE PEDAGOGIA**

LUANA FÁTIMA DA CUNHA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

FORMIGA – MG

2018

LUANA FÁTIMA DA CUNHA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Curso de Pedagogia do UNIFOR-MG, como
requisito parcial para a obtenção do título
licenciatura em Pedagogia.

Orientadora: Prof.^a Ma. Jane Soares

FORMIGA – MG

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UNIFOR-MG

C972 Cunha, Luana Fátima da.
A resolução de problemas na perspectiva da educação matemática /
Luana Fátima da Cunha. – 2018.
42 f.

Orientadora: Jane Soares.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia)-

Centro

Universitário de Formiga-UNIFOR, Formiga, 2018.

Catalogação elaborada na fonte pela bibliotecária
Rosana Guimarães Silva – CRB6-3064

Luana Fátima da Cunha

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Curso de Pedagogia do UNIFOR-MG, como
requisito parcial para obtenção do título
licenciatura em Pedagogia.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Ma. Jane Soares
Orientadora

Prof.^a Ma. Neiva Maria Rodrigues Silva
UNIFOR

Prof.^a Ma. Suzicássia Silva Ribeiro
UNIFOR

Formiga, 19 de novembro de 2018.

Dedico este trabalho aos meus pais, Rafael e Rosalina, pelo apoio, carinho e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço e ofereço esta conquista a todas as pessoas que estiveram comigo, dando-me a certeza de que eu nunca estaria só.

Agradeço a Deus que me concedeu perseverança para que meus objetivos fossem atingidos.

Agradeço aos meus pais, Rafael e Rosalina, inspiração de integridade.

Agradeço aos meus irmãos Lucas e André, pelo carinho e apoio.

Agradeço aos meus professores pela dedicação e comprometimento com a minha formação acadêmica.

RESUMO

Conduziu-se, este trabalho, com o objetivo de dialogar com autores que enfatizam a relevância da resolução de problemas no ensino de matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Pretende-se compreender de que forma a resolução de problemas pode contribuir para o processo de elaboração e processamento do conhecimento matemático. É necessário evidenciar que a resolução de problemas pode se configurar como uma metodologia para ensinar, aprender e avaliar o processo ensino-aprendizagem de matemática. Diante disso, é possível afirmar que ela apresenta repercussões positivas que interferem nas ações e no processo decisivo do sujeito, de modo a conduzi-lo ao pensamento reflexivo e lógico a respeito de uma determinada situação, além de permitir que ele elabore conceitos relativos à matemática. A metodologia utilizada para a realização deste trabalho foi a revisão bibliográfica que consta de artigos científicos, livros e documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o Conteúdo Básico Comum (CBC), e também em especialistas e estudiosos do tema como Onuchic (2014), Polya (2006), Fiorentini e Lorenzato (2012), Dante (2009), Onuchic e Allevato (2011).

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Conhecimento. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This paper aims to dialogue with authors who emphasize the relevance of problem solving in mathematics teaching in the initial grades of Elementary School. It is intended to understand how problems solving can contribute to the process of elaboration and processing of the mathematical knowledge. It is necessary to show that problems solving can be configured as a methodology for teaching, learning and evaluating the teaching-learning process of mathematics. Herefore, it is possible to affirm that it has positive repercussions that interfere in the actions and the decisive process of the subject, so as to lead the student to the reflexive and logical thought about a certain situation, besides allowing him to elaborate concepts related to mathematics . The methodology used to carry out this work was the bibliographic review of scientific articles, books and documents such as the National Curricular Parameters (PCN) and the Common Basic Content (CBC), as well as experts and scholars such as Onuchic (2014), Polya (2006), Fiorentini and Lorenzato (2012), Dante (2009), Onuchic and Allevato (2011).

Keywords: Elementary Education. Knowledge. Troubleshooting.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CBC	Conteúdo Básico Comum
EM	Educação Matemática
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
RP	Resolução de Problemas
SEE-MG	Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONSTITUIÇÃO HISTÓRICA DA TEORIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	13
3	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DOS PCN e CBC	20
4	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CONTRIBUIÇÕES.....	29
4.1	O papel do professor.....	30
5	PROBLEMAS MATEMÁTICOS QUE POSSIBILITAM A APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO DA TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	36
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	44
	REFERÊNCIAS.....	45

1 INTRODUÇÃO

A resolução de problemas vem sendo considerada uma forma eficaz de ensinar Matemática. As transformações enfrentadas pela sociedade moderna impacta diretamente o segmento educacional. No século XX e na década de 1980, houve algumas mudanças na maneira de percepção da Educação Matemática (EM). A fim de refletir como deveria ser realizado o trabalho escolar com a Matemática, buscou-se desenvolver diferentes maneiras de ensinar, aprender e avaliar.

Segundo estudos de Onuhic e Allevato (2011), com o decorrer do tempo e em virtude das constantes transformações no processo de ensino, a resolução de problemas foi inserida na história da Matemática, trazendo várias abordagens de diferentes épocas, apresentando-se a princípio como um conteúdo a ser ensinado de forma automatizada, com estratégias já definidas e caráter conteudista. No sentido de explorar conceitos e conteúdos matemáticos, descobriu-se que era possível identificar estratégias para resolver problemas, e a Matemática deveria ser ensinada com foco na resolução de problemas.

A resolução de problemas passou a ser considerada, portanto, uma metodologia, pois, quando aplicada, permite que sejam gerados novos conhecimentos. Isso ocorre, porque ela consiste em apresentar uma situação-problema para o aluno e permite que, a partir de seus conhecimentos prévios, encontre suas próprias estratégias para solucioná-la e construa, assim, conceitos matemáticos.

A pesquisa surgiu, assim, a partir do interesse em conhecer as contribuições da resolução de problemas para o processo de elaboração e processamento do conhecimento matemático.

Buscar formas de minimizar a complexidade do ensinar e aprender Matemática justifica a escolha do tema da pesquisa. A relevância do estudo está na possibilidade de se obter informações sobre os desafios do ensinar e aprender Matemática. Investigar acerca de novas teorias que abordam a resolução de problemas, como metodologia que pode facilitar a compreensão de conceitos matemáticos, amplia olhares sobre um tema pertinente para a comunidade Matemática. Por esse motivo, será apresentada nesta pesquisa, a importância da resolução de problemas no ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Para atender ao objetivo desta pesquisa, buscou-se: definir o período de inserção da resolução de problemas na história da Matemática e citar os principais autores que discutem esse tema; apresentar as contribuições da EM com enfoque nos conceitos, no histórico, nas diferenças existentes entre educador matemático e matemático e na exposição de temas de

pesquisa nessa área; verificar o que os documentos norteadores do ensino de Matemática, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o Conteúdo Básico Comum (CBC) abordam a resolução de problemas; e, por fim, apresentar alguns problemas matemáticos – retirados da obra intitulada “Formulação e resolução de problemas de Matemática: teoria e prática” cujo autor é Luiz Roberto Dante – a fim de demonstrar a possibilidade de aplicação e validação da teoria da resolução de problemas.

A fim de alcançar tais objetivos, a metodologia utilizada fundamentou-se na revisão bibliográfica que consta de artigos científicos, livros e documentos como os PCN e o CBC, e também em produções científicas que abordam o tema como Polya (2006), Dante (2009), Onuchic e Allevato (2011) e Onuchic et al. (2014). Estes foram essenciais para a elaboração da pesquisa que, por sua vez, foi organizada em capítulos.

No primeiro capítulo, aborda-se a constituição histórica da teoria de resolução de problemas. Trata-se das diversas abordagens de diferentes épocas, apresentando a resolução de problemas, a princípio, como um simples conteúdo a ser ensinado até ser considerada, no século XX, uma metodologia para ensinar e aprender Matemática.

No segundo capítulo, trata-se da resolução de problemas no contexto dos PCN e CBC. O ensino de Matemática, assim como o de outras ciências, precisa de documentos norteadores para tornar o trabalho educacional – o ensino, a aprendizagem e a avaliação – mais produtivo e eficaz.

No terceiro capítulo, discorre-se sobre a EM e suas contribuições e sobre o papel do professor. As dificuldades no ensino e na aprendizagem de Matemática ocasionam vários estudos a fim de melhor atender às necessidades educacionais do sujeito. Assim, a EM oferece meios para investigar, discutir e ponderar diversas questões a respeito da Matemática, tais como as suas utilidades, a sua relação com o mundo, o quanto é significativa, etc. O papel do professor, essencial nesse processo investigativo, é o de mediador entre o e aluno e objeto de conhecimento.

No quarto e último capítulo, expõem-se alguns problemas matemáticos que possibilitam a aplicação e validação da teoria da Resolução de Problemas (RP). Os problemas devem ser apresentados aos alunos como um princípio para a construção de conceitos e procedimentos matemáticos e, conseqüentemente, para o desenvolvimento da linguagem Matemática.

2 CONSTITUIÇÃO HISTÓRICA DA TEORIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas é uma prática remota que, recentemente foi explorada por estudiosos críticos como uma abordagem metodológica. No século XX, iniciaram-se muitas pesquisas que difundiram uma visão panorâmica desse novo método de ensino e de aprendizagem.

Conforme assevera Onuchic et al. (2014), a resolução de problemas foi pensada como teoria de aprendizagem num contexto que necessitava de um ensino significativo, que envolvesse o sujeito de maneira que alcançasse os conhecimentos necessários para a vida. Dessa forma, para que o aprendizado não se desvinculasse da atividade cotidiana, era preciso relacionar os problemas matemáticos ao dia a dia do aluno, conhecer melhor essa ciência que está envolvida na cultura dos educandos e, a partir disso, construir um elo com os problemas mais abstratos.

Na percepção de Onuchic et al. (2014), a teoria de RP tem origem num contexto de crenças que apontam que a aprendizagem Matemática não é alcançada pela maioria da população escolar. Para tanto, é preciso considerar que o problema da aprendizagem não envolve somente o discente, isso quer dizer que muitos são os que possuem sua parcela de responsabilidade pelas eventuais falhas, como o docente e todo um sistema educacional que também respondem pela qualidade do ensino e da aprendizagem.

A diversidade do contexto da sala de aula exigiu novas teorias para ensinar e aprender Matemática. O currículo, assim, foi inserido na escola, fazendo parte da história da educação e, conseqüentemente, passou por transformações de modo a garantir o desenvolvimento de habilidades e de conhecimentos construídos de forma consciente e significativa.

Em busca de formas para facilitar a elaboração e o processamento dos saberes matemáticos, descobriu-se, segundo ponderações de Onuchic et al. (2014), que era necessário considerar o processo de ensino-aprendizagem e não somente o produto. Nesse sentido, estariam fora desse novo contexto o critério de memorização, os exercícios de repetição, a utilização exclusiva de um único procedimento – considerado o “correto” – para resolver problemas matemáticos. Respeitar os procedimentos e os pensamentos próprios da criança para se chegar a um resultado faz parte da ideologia educacional atual.

Em concordância com as ideias supracitadas, Onuchic (2014) assinala que:

Teorias subsequentes à ‘teoria da repetição’ passaram a orientar o complexo cenário da educação. A ênfase no ensino de Matemática, a partir da década de 1940, nos Estados Unidos, esteve sobre os ‘processos’ de aprendizagem e não somente sobre os ‘produtos’. A teoria psicológica que sustentou essa corrente foi a ‘teoria significativa’, de Willian Brownell (ONUCHIC et al., 2014, p. 22).

Valorizar os processos de apropriação do conhecimento é essencial para haver uma aprendizagem significativa. No caso do ensino por meio da metodologia de Resolução de Problemas é interessante que o professor incentive o aluno a elaborar estratégias para solucionar um problema matemático e estas estratégias precisam ser apreciadas e avaliadas pelo professor.

Onuchic et al. (2014) ainda ponderam que foi na perspectiva de valorização dos processos de apropriação do conhecimento matemático que a resolução de problemas se constituiu como teoria e que teve como precursor, o pesquisador George Polya.

Conforme apontamentos de Onuchic et al. (2014), Polya – um matemático e educador matemático – nasceu na Hungria, porém foi nos Estados Unidos que sua pesquisa sobre resolução de problemas ganhou forma e isso se deu quando ele assumiu uma vaga de professor titular na Universidade de Stanford. Em 1942, Polya, ainda professor em Stanford, passou a ser visto como a maior autoridade em resolução de problemas em todo o mundo, apesar de não ter sido o pioneiro neste trabalho.

George Polya, considerado o pai da resolução de problemas, foi autor de vários livros, dentre eles ‘A arte de resolver problemas’ em 1986. Nessa obra, Polya (2006) discursou sobre as fases que se executa para resolver qualquer problema: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano; e examinar a solução obtida (fase chamada por ele de *retrospecto*). No livro, Polya (2006) propõe alguns problemas e elucidou cada uma dessas fases, preocupando-se com a melhoria das habilidades dos estudantes para resolver os problemas. Para concretizar essa melhoria, os educadores deveriam ser bons em resolver problemas para que pudessem ensinar os educandos a desenvolverem constantemente essa habilidade e também serem bons solucionadores de problemas.

Polya também é autor de outras obras que discorrem sobre a resolução de problemas, como: ‘Descoberta Matemática sobre Compreensão’, ‘Aprendizagem e Ensino de Resolução de Problemas – Vol I’ em 1962, ‘Vol II’ em 1965; ‘O Livro de Problemas Matemáticos de Stanford com dicas e soluções’ (parceria com J. Kilpatrick, 1974); ‘Métodos Matemáticos na Ciência’ em 1963, dentre outras.

Conforme Onuchic et al. (2014), em razão da importância da teoria de RP, outros pesquisadores voltaram o olhar para esse tema. Jeremy Kilpatrick, um dos exploradores dessa

teoria, fez uma ampla revisão da pesquisa e a partir de suas inquirições, a resolução de problemas, enquanto pesquisa, ganhou força na década de 1960.

Muitos estudiosos fizeram pesquisas referentes à resolução de problemas com o intuito de melhor atender às demandas exigidas pela sociedade e, principalmente, pelo segmento educacional. Segundo Onuchic et al. (2014), estudiosos como Lambdin e Walcott relataram que a fase da resolução de problemas foi impulsionada a partir dos anos 1980, numa época em que as ideias de tal fase estavam fundamentadas no Construtivismo, na Psicologia Cognitiva e na Teoria Sociocultural de Vygotsky. Assim, a resolução de problemas era essencial para o ensino de Matemática, a fim de garantir uma aprendizagem significativa.

Conforme ponderações de Onuchic et al. (2014), outros autores que investigam a resolução de problemas são Schroeder e Lester que apresentam três formas de trabalhá-la numa aula de Matemática, quais sejam:

- a) o ensino sobre resolução de problemas que consiste em um novo conteúdo, que possui regras e processos gerais próprios, além de tratar de temas relacionados à resolução de problemas. Essa fase é influenciada pelas ideias de Polya em sua obra ‘A Arte de Resolver Problemas’, em que registra os quatro passos importantes para resolver qualquer problema;
- b) o ensino de Matemática para a resolução de problemas que é sustentado essencialmente em ensinar a Matemática, sendo a resolução de problemas apenas um conteúdo, um instrumento, uma parte acessória desta ciência. Esse ensino está vinculado a um pensamento mais obsoleto, determinado pelo caráter conteudista, com foco na transmissão de conhecimentos;
- c) o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, que enfatiza que a resolução de problemas deve ser o ponto de partida para a construção e produção do conhecimento. Nesse caso, o aluno é considerado um protagonista, um sujeito ativo no processo de ensino. Esse ensino se equipara às ideias socioconstrutivistas de aprendizagem e remete a uma situação em que o aluno se torna produtor e construtor do conhecimento, auxiliado pelo professor, o mediador e incentivador da autonomia. Desse modo, o educando passa a resolver os problemas considerando seus conhecimentos prévios, mas sem conhecer qualquer técnica específica para se obter o resultado, e, assim, confronta suas concepções, desenvolve seus próprios procedimentos e torna-se capaz de criar conceitos matemáticos.

Antes das imprescindíveis pesquisas de Polya sobre a RP como uma maneira de se ensinar Matemática, com a publicação de sua obra ‘A Arte de Resolver Problemas’, em 1986, o ensino de Matemática ainda consistia na mecanização do conhecimento, que se apresentava inflexível. Como já não era suficiente o tratamento mecânico dado à essa área do conhecimento, houve a necessidade de buscar outras formas de ensinar. As investigações nessa área instigou um grande público a pensá-la como uma metodologia, uma forma de ensinar Matemática por meio da RP. O trabalho realizado pelo NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) – fundado em 1920 por professores de Matemática, preocupados com o ensino da matemática – contribuiu com essa ideologia e de acordo com Onuchic e Allevato (2011), o notório conselho – com integrantes seguidores de Polya – acreditava na necessidade de ensinar estratégias e métodos para resolver problemas e que o ensino de Matemática deveria ter como foco a resolução de problemas.

Conforme a alusão anterior, torna-se evidente a relevante contribuição do NCTM para o progresso e inserção do ensino da Matemática com ênfase na RP. Onuchic e Allevato, em seu trabalho intitulado ‘Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas’, fazem referência ao trabalho realizado pelo NCTM.

Destaca-se o trabalho realizado pelo NCTM, a partir do final dos anos oitenta e durante os anos noventa, com finalidade de auxiliar os professores e destacar aspectos considerados essenciais para o ensino de Matemática. Uma sequência de publicações atesta esse esforço: *Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics* (NCTM, 1989), *Professional Standards for School Mathematics* (NCTM, 1991) e *Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995). Esse esforço culminou com a publicação dos *Standards 2000*, oficialmente chamados *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), no qual são enunciados seis Princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia); cinco Padrões de Conteúdos (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco Padrões de Procedimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação.

[...] Foi, de fato, a partir dos *Standards 2000* que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino- aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Nessa concepção o problema era visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo coconstrutores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79-80).

Com toda essa mobilização em relação à resolução de problemas, houve vários pesquisadores engajados em difundir sua relevância e considerá-la uma estratégia de ensino, uma metodologia que permitisse que fossem gerados novos conceitos e conteúdos matemáticos. Isso pode ocorrer, porque a resolução de problemas consistia em apresentar uma

situação-problema para o aluno e permitia que, a partir de seus conhecimentos prévios, encontrasse suas estratégias para solucioná-la e construísse, assim, conceitos matemáticos.

Nesse contexto, a teoria de Resolução de Problemas constituiu-se como metodologia de ensino-aprendizagem por incitar a curiosidade, a criatividade, o conhecimento prévio do aluno, além de permitir a apropriação de conceitos matemáticos.

No Brasil, um grupo de pesquisadores brasileiros investiga a teoria em estudo, compondo o GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas), coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, em Rio Claro – SP, que investiga e produz conhecimentos científicos na linha de resolução de problemas. Esse grupo criou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, como explica Onuchic e Allevato (2011),

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que esses três ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, *aprenda*, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalhar do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vista a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Por meio das ideias mencionadas anteriormente, percebe-se que a RP como metodologia para ensinar, aprender e avaliar a Matemática – de modo que esses aspectos estejam concomitantemente relacionados – é uma forma convidativa de se apropriar desse conhecimento. Aluno e professor, portanto, têm a oportunidade de produzirem juntos, os saberes matemáticos. A avaliação se torna instrumento essencial para observar/analisar as dificuldades e os progressos dos alunos e as práticas docentes.

Segundo Onuchic et al. (2014, p. 42-43) “o conceito de avaliação [...] passou a ser incorporado mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos”. Assim, a avaliação é instrumento para observar o desenvolvimento do educando e avaliar os métodos de ensino do educador, comprovando a eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas.

Sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, por meio da Resolução de Problemas é preciso entender que, para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), o problema é o

ponto de partida dessa Metodologia. Problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. É possível, portanto, depreender que a essência do problema está na ação, ou seja, na capacidade de interpretar situações e criar estratégias para solucioná-las. A resolução da proposição é determinada pela vontade do sujeito, que deve estar preparado para raciocinar a partir de seus conhecimentos prévios. Além disso, a disposição para produzir novos conhecimentos é quesito fundamental nesse processo de aprendizagem.

Onuchic e Allevato (2011), em seu trabalho ‘Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas’, apresentam sugestões de trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, por meio da Resolução de Problemas em sala de aula, com atividades organizadas em dez etapas, quais sejam: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; e proposição e resolução de novos problemas. Conforme Onuchic e Allevato (2011), essas etapas podem ser assim ordenadas e explicadas:

- a) O problema denominado problema gerador, primeiramente, será proposto pelo professor ou pelo próprio aluno, tendo o objetivo de produzir novos conceitos, conteúdos ou procedimentos matemáticos.
- b) O aluno fará a leitura individual, sendo capaz de interpretar o problema, fazer relações e utilizar seus conhecimentos prévios.
- c) Na leitura coletiva, o aluno discute, em grupos, o problema.
- d) Inicia sua resolução com a ajuda do professor sempre que preciso.
- e) Quando surgirem dificuldades, o aluno poderá fazer esquemas, utilizar gráficos, tabelas, desenhos e qualquer outra técnica que julgar necessário. O estudante nunca recebe respostas prontas. Ele utiliza os procedimentos que supõe ser adequados para solucionar o problema.
- f) Quando solucionado, faz o registro do procedimento que utilizou para chegar à resposta, mesmo que o resultado não esteja correto.
- g) É proposto um debate, no qual o aluno possui a oportunidade de explicar a forma como pensou o problema, o porquê de ter utilizado aquele determinado processo para resolvê-lo.
- h) Os alunos podem expor suas dúvidas e verificar outros pontos de vista e outros procedimentos para resolver o problema até se chegar a um consenso.

- i) Na formalização do conteúdo, o professor apresenta ao aluno uma resolução formal/padronizada, mas sem desvalorizar os procedimentos que o aluno utilizou para se chegar ao resultado.
- j) Por fim, a partir da construção de conceitos, princípios e procedimentos em torno do problema gerador, são sugeridos novos problemas que estabelecem uma relação com o primeiro para que o aluno possa avaliar, se realmente compreendeu o conteúdo e também ser avaliado em seu desenvolvimento. O aluno, desta forma, aplica seus conhecimentos e constrói novos conhecimentos.

A resolução de problemas apresenta repercussões positivas: interfere nas ações e no processo decisivo do sujeito, de modo a conduzi-lo ao pensamento reflexivo e lógico a respeito de uma determinada situação, além de permitir que ele elabore conceitos a respeito da Matemática. Pelos significativos aportes teóricos e metodológicos, a teoria da Resolução de Problemas foi contemplada na lista de temas de pesquisas da EM.

Para falar sobre a resolução de problemas no currículo escolar e sobre os documentos norteadores da prática docente, o próximo capítulo esclarecerá a importância de conhecer o momento em que essa abordagem foi inserida nos currículos, desenvolvendo-se com mais vigor e conduzindo a um ensino de Matemática de qualidade.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DOS PCN E CBC

A teoria sobre RP foi incorporada no currículo escolar dos Estados Unidos e, em seguida, outros países começaram a aderi-la. Antes de ser uma teoria estruturada, a resolução de problemas passou por várias etapas até adquirir tal magnitude.

De acordo com Onuchic et al. (2014), as pesquisas que antecederam a década de 1980, relativas à resolução de problemas, se desenvolveram juntamente com o currículo escolar oficial norte-americano. Esse currículo foi orientado pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), que vigorou nas décadas de 1950 a 1970.

Conforme Onuchic et al. (2014), o currículo de Matemática passou por concepções em que os alunos eram sujeitos passivos do processo de ensino, portanto não aprendiam os conteúdos, principalmente aqueles que exigiam deles mais abstração. Além disso, o ensino era apoiado num sistema mecanicista em que predominava a memorização de conhecimentos que não eram significativos e não tinham relação com a realidade vivenciada pelos alunos. Os professores não eram preparados para trabalhar com a resolução de problemas adequadamente, de maneira a estabelecer uma relação com o contexto sociocultural do sujeito da aprendizagem.

Ao perceber que o ensino não atendia às necessidades dos estudantes norte-americanos e que eles apresentavam um baixo rendimento em resolução de problemas, foi necessário estabelecer mudanças no currículo de Matemática de maneira que os alunos:

[...] pudessem bem desempenhar suas habilidades de resolução de problemas, tornando-se capazes de [...] entender os princípios e as operações matemáticas do problema, ampliando os conhecimentos adquiridos para outros contextos [...] (ONUCHIC et al., 2014, p. 27).

A partir do momento em que a resolução de problemas foi inserida no currículo, o trabalho foi mais valorizado em sala de aula, além de ter sido, essa Metodologia, objeto de muitas pesquisas a fim de melhor compreender sua essência e de torná-la o foco de ensino de Matemática. Porém, essa abordagem não foi aplicada apropriadamente nas salas de aula americanas na década de 1980.

No Brasil, o currículo escolar precisou ser inovado. A Matemática, assim como outras ciências, necessitava de documentos que direcionassem as práticas docentes para tornar o trabalho educacional – o ensino, a aprendizagem e a avaliação – mais produtivo, organizado e eficaz. Os PCN foram um dos importantes documentos e são definidos como:

[...] uma coleção de dez volumes, elaborados pela equipe do Ministério da Educação no ano de 1996 e que tem como objetivo a proposta de um referencial curricular que norteie o trabalho educacional no Brasil, salvo as suas particularidades e especificidades (MARANHÃO; PAIS, 2012, p. 2).

Os PCN abordam as orientações que devem nortear a educação brasileira, relacionadas aos conteúdos das várias ciências e seus métodos de ensino. O referencial curricular enfatiza a necessidade da participação ativa dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, os alunos podem expor suas ideias, justificar suas ações e seus procedimentos, refletir sobre suas experiências, conhecer suas potencialidades e as habilidades que são capazes de desenvolver por meio do processo de produção e de construção do conhecimento.

Os PCN (1997) discutem os diversos conteúdos matemáticos e, dentre eles, a resolução de problemas como forma de minimizar a lacuna entre a Matemática escolar e a Matemática da vida cotidiana. De acordo com o documento, na parte que se refere à Matemática, a estrutura é apresentada da seguinte maneira: Primeira Parte [Caracterização da área de Matemática; Aprender e Ensinar Matemática no Ensino Fundamental; Objetivos Gerais de Matemática para o ensino fundamental; Os conteúdos de Matemática para o ensino fundamental (seleção de conteúdos; blocos de conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação; Organização de conteúdos e; Avaliação)]; Segunda Parte (Primeiro Ciclo; Segundo Ciclo; Orientações Didáticas). Ressalta-se que o Primeiro Ciclo refere-se ao ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano) e o Segundo Ciclo refere-se ao ciclo complementar de alfabetização (4º e 5º ano).

Os conteúdos matemáticos trabalhados no Ensino Fundamental que são abordados nos PCNs estão contidos em blocos, mas isso não quer dizer que precisam ser trabalhados de forma isolada, pelo contrário, é preciso haver um ensino-aprendizagem que considere a simultaneidade desses conteúdos.

O CBC, outro documento essencial que direciona a prática docente, consiste, segundo Cusati e Alves (2008), numa coleção de dois volumes, que propõe Diretrizes Curriculares para o ensino de Matemática nos anos Inicial e Complementar de Alfabetização. Essa proposta curricular é direcionada ao Ensino Fundamental da rede estadual de Minas Gerais.

A SEE-MG (Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais) indicou alguns especialistas – coordenadores do trabalho – no ensino de Matemática e designou outros auxiliares que desenvolveram um projeto com o intuito de criar as Diretrizes. Consoante Cusati e Alves (2008), esse projeto foi realizado nas escolas estaduais, com a finalidade de conhecer as práticas dos professores, aplicar as suas próprias práticas, sugerindo metodologias diferentes para o ensino de Matemática, e observar a eficácia de cada uma dessas estratégias

de ensino propiciadas aos alunos. Esses educadores matemáticos tiveram a oportunidade de conhecer a realidade do processo educativo nas escolas e de testar estratégias, considerando a possibilidade de inseri-las nas orientações das Diretrizes Curriculares. As estratégias observadas e as aplicadas na sala de aula foram analisadas e discutidas para que as Diretrizes fossem, enfim, elaboradas.

A proposta curricular – CBC foi constituída a partir da:

[...] elaboração escrita das Diretrizes pelos especialistas coordenadores, tendo como referência o que foi compartilhado nas salas de aula, os pressupostos teóricos que fundamentam o ensino da matemática e as novas tendências para o ensino dessa disciplina (CUSATI; ALVES, 2008).

Esse projeto foi criado para atender com qualidade às necessidades de uma Diretriz que pretende orientar o professor a desenvolver práticas bem sucedidas para o ensino-aprendizagem de Matemática. Assim, o professor tem a possibilidade de desenvolver suas aulas a partir da sequência de conteúdos e de estratégias sugeridas pelo documento norteador. Os alunos, por sua vez, são sujeitos participativos que elaboram seu próprio conhecimento com a mediação do professor.

Conforme Cusati e Alves (2008), a intenção que se tem com essas diretrizes é:

[...] dar suporte pedagógico à elaboração de propostas curriculares para o ensino de matemática para os níveis a que são destinadas e ao planejamento do ensino dessa disciplina; enfim, oferecer subsídios para fundamentar a prática pedagógica no que se refere ao ensino de matemática contribuindo com o professor no exercício de sua função (CUSATI; ALVES, 2008).

A partir desse documento orientador, o professor poderá desenvolver um trabalho interativo e produtivo com os alunos fomentando práticas organizadas para o estudo coerente dos conteúdos matemáticos.

A Matemática escolar, como apresenta o CBC, possui características a serem consideradas na prática em sala de aula. Uma delas é a *cultura de sala de aula* que propõe a valorização da cultura do aluno, da sua experiência/vivência, considerando os conhecimentos que são válidos e que correspondem à sua realidade.

Segundo Cusati e Alves (2008), apresentar os conteúdos a partir do contexto em que está inserido o aluno, problematizando a sua cultura e os acontecimentos da sua realidade, contribui para que ele possa construir significados e, a partir disso, formar os conceitos matemáticos necessários.

Permitir ao educando ser sujeito de sua aprendizagem é proporcionar a ele situações de interação com o objeto de conhecimento para estabelecer hipóteses que serão confirmadas

ou reformuladas. E, “quando os professores apoiam a sua prática pedagógica na resolução de problemas, contextualizam a aprendizagem e propiciam a aquisição de conhecimentos relevantes” (CUSATI; ALVES, 2008). Assim, os alunos despertam interesse pela aprendizagem, passam a refletir sobre as situações propostas e percebem a Matemática inserida na sua realidade, sendo necessário o seu uso no cotidiano.

Outra característica da Matemática escolar é a *formação de conceitos* o que consiste no entendimento de que um conceito científico (matemático) está intrinsecamente ligado a outro conceito. Essa dependência gera um sistema de conhecimentos. Assim, é interessante conduzir o aluno à elaboração de conceitos a partir dos seus conhecimentos prévios e das relações que o conteúdo estabelece com outros conceitos.

Cusati e Alves (2008) apresentam um exemplo dessas relações entre conceitos científicos que geram um sistema de conhecimentos:

[...] o conceito de unidade no sistema de numeração decimal está relacionado ao conceito de número, assim como o conceito de unidade está relacionado a cada um dos conceitos que formam o respectivo sistema. Da mesma forma que o conceito de décimo está diretamente vinculado ao conceito de unidade, os conceitos de centésimo e de milésimo estão relacionados tanto entre si como com o conceito de unidade [...]. O estabelecimento de relações exige que se analise cada situação em particular, fazendo sínteses, abstrações e generalizações que possibilitem identificar o princípio geral (a sua lei matemática) que fundamenta o sistema de numeração decimal, caracterizado como um sistema de conhecimentos [...] (CUSATI; ALVES, 2008).

Há, frequentemente, um conceito geral que fundamenta um determinado conteúdo direcionando à formação de um conceito mais específico. Trabalhar a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas conduz à elaboração de diversos conceitos e ao estabelecimento da relação entre eles. A partir de diferentes estratégias a serem exploradas para a resolução de um problema, é possível que os alunos sejam capazes de gerar conceitos matemáticos. Segundo Onuchic et al. (2014, p. 110):

Trabalhar na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em qualquer nível de escolaridade, dá a oportunidade ao aluno de explorar, investigar, manipular, conjecturar, falar, escrever, analisar, experimentar, refletir, abstrair, argumentar e generalizar, acarretando, então, a mobilização de um conjunto de conhecimentos que possibilitarão a produção de outros.

Dessa maneira, os conceitos elaborados na resolução de um problema estão correlacionados a outros conceitos e, à medida que são construídos, consolidados e

sistematizados, são também trabalhados e utilizados pelos alunos, ao longo do seu percurso educativo, com a finalidade de fundamentar outros conhecimentos e outros conceitos.

A aprendizagem e a interação social, características também da EM, revela que, para haver aquisição e internalização do conhecimento, torna-se necessária a interação tanto de um sujeito com o outro quanto a do sujeito com o objeto de conhecimento. Conforme assevera Cusati e Alves (2008): “[...] quando, de fato, acontece um processo de ensino-aprendizagem, novas formas de pensamento (mais evoluídas, mais avançadas) serão geradas tanto por parte do aluno como por parte do professor”.

Esses saberes que são compartilhados entre os sujeitos do processo de ensino-aprendizagem se transformam em uma rede de ideias, de conceitos e conteúdos que podem ser analisados, avaliados e sistematizados por cada um desses sujeitos de tal forma que assimilem e apreendem conhecimentos necessários e aplicáveis no cotidiano.

As interações como geradoras de aprendizagens estão presentes na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, por meio da Resolução de Problemas. Quando o professor trabalha com essa Metodologia, propõe problemas para que os alunos possam formular diferentes estratégias de resolução – interagindo com o objeto de conhecimento –, possam também participar de discussões relativas ao problema para se chegar a uma conclusão a respeito das suas estratégias e das estratégias possíveis de resolução – interagindo com o outro, com o professor e com diferentes formas de conhecimento.

Espera-se que os alunos possam, enfim, formar novos conceitos a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais – formalizando o conteúdo, “[...] uma importante meta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas [...]” (ONUChic et al., 2014, p. 98). Configura meta, porque a problematização, as discussões sobre o problema, as diferentes formas de pensar, as possíveis estratégias de resolução são processos que pretendem conduzir os alunos à elaboração de conceitos a serem reformulados/formalizados.

Outra característica da Matemática escolar é a contextualização do conhecimento matemático e, conforme Cusati e Alves (2008), essa contextualização é uma maneira de ressignificar, isto é, atribuir sentido a alguma coisa, propor um novo significado para uma determinada situação de aprendizagem.

Trabalhar por meio da RP proporciona a aquisição de conhecimentos contextualizados, nos quais são abrangidos os fatos reais, do cotidiano, que deverão ser interpretados e ressignificados.

A clareza de objetivos nas atividades propostas, também característica da Matemática escolar, segundo Cusati e Alves (2008), deve levar em consideração: o Projeto Político Pedagógico da escola na definição dos objetivos; e a dificuldade dos alunos ao apropriar-se dos sistemas de conhecimento matemático.

O professor precisa estabelecer objetivos claros para promover situações de aprendizagens. Os alunos devem ser levados a compreender princípios/conceitos gerais e específicos de conteúdos matemáticos que são interdependentes e geram relações e sistemas de conhecimentos úteis e significativos.

Ao discutir sobre a resolução de problemas matemáticos abordados pelos documentos norteadores da prática docente, como os PCN e o CBC, serão considerados os conteúdos ensinados no Ensino Fundamental: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. De acordo com Cusati e Alves (2008) “esses conteúdos devem ser trabalhados pelo professor de uma forma articulada e contextualizada para que se tornem significativos e facilitem a percepção de diferentes relações entre si”. Estabelecer essa organização de conteúdos é uma maneira de facilitar o trabalho com os alunos. Então, possibilitar situações de aprendizagem, vinculando novos saberes à realidade dos alunos e valorizando seus conhecimentos prévios se torna uma ação imprescindível no processo educativo.

Os PCN apresentam vários conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, como exemplo tem-se o conteúdo Números e Operações:

Ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos pelos alunos num processo dialético, em que intervém como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente (BRASIL, 2000, p. 54-55).

A RP como metodologia pode propiciar ao aluno a possibilidade de criar conceitos numéricos. Ao construírem esses conceitos eles serão capazes de compreender melhor os procedimentos formais e concepções que serão apresentados pelo professor.

Conforme os PCN (BRASIL, 2000), o conteúdo Números propiciará ao aluno perceber a existência das várias categorias numéricas criadas em decorrência dos problemas que a humanidade enfrentou, são elas: “[...] números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. [...]” (BRASIL, 2000, p. 55). O aluno vai desenvolvendo conceitos de número ao se deparar com situações que abordem tal conteúdo.

Em relação às operações, o educando também desenvolve conhecimentos quando está diante de desafios a serem solucionados, de problemas referentes ao estudo do cálculo e de quaisquer situações que possibilitarão construir conceitos sobre cada operação além de entender a relação entre elas.

De acordo com os PCN, nas séries iniciais, os alunos são capazes de desenvolver uma pré-álgebra. A Álgebra amplia a possibilidade de exercer a abstração e generalização e é muito importante para resolver problemas matemáticos. Onuchic (2014) afirma o seguinte:

[...] é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver um estudo da Álgebra apenas enfatizando as ‘manipulações’ com expressões e equações de uma forma meramente mecânica (ONUCHIC et al., 2014, p. 73).

É possível trabalhar os vários conteúdos da Matemática, como o exemplo do conteúdo Números e Operações, por meio da RP. No livro *Resolução de Problemas: teoria e prática*, do ano de 2014, Onuchic apresenta alguns problemas sobre o conteúdo Números e Operações, resolvidos, discutidos e sustentados pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas. A autora ainda apresenta com essa mesma perspectiva – mesma Metodologia – alguns problemas e resoluções referentes aos outros conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, quais sejam: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação.

Os PCN, ao discutirem sobre o conteúdo Espaço e Forma, evidenciam que os conceitos geométricos são essenciais para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, pois permitem ao aluno “compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 2000, p. 55). A geometria conduz o aluno ao desenvolvimento de noções de números e medidas, estimulando-o a observar, a perceber as semelhanças e diferenças e a identificar regularidades.

A geometria pode ser trabalhada por meio de problemas que direcionam o aluno de maneira que possa construir conceitos relativos às formas, à posição de figuras – sua localização e seu deslocamento no plano – e, também, às transformações geométricas (isometrias, homotetias) que possibilitam ao aluno compreender as condições de congruência e semelhança entre figuras.

É interessante trabalhar o conteúdo Grandezas e Medidas, por meio da RP, uma vez que tal conteúdo permite uma estrita relação com o dia a dia do aluno, além de ser de cunho prático e utilitário. Os PCN, ao falar de grandezas e medidas expõem que:

Tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com espaço e forma, grandezas de diversas naturezas estarão envolvidas. Pela comparação dessas grandezas, em situações-problemas e com base em suas experiências pessoais, as crianças deste ciclo usam procedimentos de medida e constroem um conceito aproximativo de medida, identificando quais atributos de um objeto são passíveis de mensuração. Não é objetivo deste ciclo a formalização de sistemas de medida, mas sim levar a criança a compreender o procedimento de medir, explorando para isso tanto estratégias pessoais quanto ao uso de alguns instrumentos, como balança, fita métrica e recipientes de uso frequente. Também é interessante que durante este ciclo se inicie uma aproximação do conceito de tempo e uma aproximação do significado de temperatura, com os quais ela tem contato pelos meios de comunicação. Isso pode ser feito a partir de um trabalho com relógios de ponteiros, relógios digitais e termômetros (BRASIL, 2000, p. 69).

O conteúdo Grandezas e Medidas está muito presente no dia a dia do sujeito e é fundamental o seu trabalho em sala de aula. A metodologia de RP possibilita ao aluno adquirir conceitos e aprendizagens significativas relativas às medidas de comprimento, peso, volume, tempo e permite ainda a comparação dessas grandezas de maneira que possa compreender a sua realidade.

Percebe-se que o conteúdo Grandezas e Medidas tem um vínculo com outros conteúdos – Números e Operações; Espaço e Forma – “[...] proporcionando contextos para analisar a interdependência entre grandezas e expressá-las algebricamente” (ONUHCIC et al., 2014, p. 129). Os conteúdos, portanto, não são trabalhados isoladamente, pois a essência deles gera uma relação de dependência.

O conteúdo Tratamento da Informação trata de assuntos como a probabilidade, a estatística e a contagem. Além disso, ele aborda vários outros temas que levam os alunos a desenvolver o pensamento e o raciocínio lógico para resolver problemas que envolvem porcentagem, razão, proporção, cálculo, dentre outros. O tratamento da informação é capaz de levar o aluno a “[...] ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações” (BRASIL, 2000, p. 132).

Esse conteúdo torna propício o trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, pois discute problemas que envolvem a realidade do aluno. Ao estudar esse conteúdo, o aluno é incentivado a indagar, a estabelecer relações, a interpretar situações e a justificar seus procedimentos.

Todos os conteúdos do Ensino Fundamental aqui discutidos, apesar de possuírem suas particularidades, são interdependentes. É possível aprender Matemática por meio da RP e, quando se tem como foco esta Metodologia, é importante que haja princípios que a sustente. Desta forma, os PCN apresentam alguns princípios:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferência, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 2000, p. 43-44).

Para compreender a relevância da RP como metodologia para o ensino da Matemática e para a produção de conhecimento é indispensável conhecer as contribuições da EM. Ao estudá-la no próximo capítulo, pode-se entender sua singularidade, suas características notavelmente distintas da Matemática e que não se trata de uma ciência e sim, de um campo do conhecimento.

4 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CONTRIBUIÇÕES

A Matemática e a EM são distinguidas por Fiorentini e Lorenzato (2012), que apontam que a Matemática consiste numa ciência milenar e possui bases lógicas bem definidas. Já a EM é uma área emergente de estudos, surgiu recentemente, ainda está se desenvolvendo e não possui uma metodologia única de investigação.

Pode-se depreender da afirmação supramencionada que a EM e a Matemática possuem suas especificidades, estruturando-se de maneiras diferentes, além de terem objetos de estudo próprios, isto é, sendo de propriedades distintas, as investigações ocorrem em campos distintos. Porém, é importante ressaltar que, apesar das pesquisas em EM tomarem diferentes rumos, ela não se distancia nem da Educação nem da Matemática, porque estas fazem parte de sua essência.

A EM surgiu em consequência de vários fatores, dentre eles a busca de melhorias na qualidade do ensino e do currículo e, portanto, a preocupação com os conhecimentos matemáticos que seriam passados para os alunos. O fracasso escolar no ensino e na aprendizagem de Matemática era assunto preocupante, com isso, várias pesquisas se desenvolveram até surgir a EM que, diferentemente do que se acreditava, não se limitava a uma prática de ensino. E, como assinala Borda e Santos (2005) em EM:

[...] várias das pesquisas que focam ensino e a aprendizagem abarcam discussões de pedagogia em sentido amplo, discutem filosofia da educação, história da matemática e muitos outros aspectos que circundam a educação matemática (BORDA; SANTOS, 2005, p. 293).

Essa área de investigação vem há algum tempo mobilizando pesquisas a fim de melhor atender às necessidades da educação atual e, com isso, trazer transformações para o currículo escolar, inovando a história do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Segundo ponderações de Fiorentini e Lorenzato (2012), a pesquisa em EM foi impulsionada com o MMM nas décadas de 1950 e 1960. No Brasil, a EM também surgiu com este movimento nas décadas de 1970 e 1980. É nesse cenário que surgiu a Sociedade Brasileira de EM e programas de pós-graduação em EM.

Apesar de o objetivo da EM ainda passar por um processo de construção, Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 9) o estabelecem ao “[...] dizer que ele envolve as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático em um contexto sociocultural específico”.

A EM interage com a sociedade, com as ciências (sobretudo com a Matemática) e com a educação e procura sua identidade ao se comunicar também com diversas áreas se apropriando de questões filosóficas, socioculturais, históricas e científicas.

De acordo com Reitz e Contreras (2012), esse campo de pesquisa visa a considerar diversos aspectos, como a importância de valorizar a realidade do sujeito, os seus conhecimentos, a capacidade para aprender e a construção de novos saberes. Propiciar um ambiente de ensino e de aprendizagem apropriados para formar um cidadão crítico, autônomo e criativo, assegurar formação de qualidade a docentes que pretendem ensinar Matemática e orientar sua prática de ensino se torna essencial. Estar sempre à procura de desenvolver conhecimentos a respeito do ensino de Matemática e atender da melhor maneira possível ao público estudantil, proporcionando qualidade de ensino são fatores relevantes para a EM.

Percebe-se, portanto, que é inestimável a contribuição da EM para a linha de pesquisa em resolução de problemas, assim como também é inestimável a contribuição da resolução de problemas para várias investigações no campo da EM e em áreas provenientes dela.

Fiorentini e Lorenzato (2012), em seu livro *Investigação em 'Educação Matemática'*, apresentam algumas linhas internacionais de pesquisa nessa área. Dentre elas, se destaca a resolução de problemas, sendo a mais investigada, segundo uma pesquisa realizada pela Universidade de Bielefeld (Alemanha). Dentre outras linhas de pesquisa, se encontram: a informática, computadores e ensino-aprendizagem de Matemática; a geometria, visualização e representação espacial e pensamento geométrico; a álgebra e pensamento algébrico; a etnomatemática; os processos cognitivos; as crenças, concepções e representações sociais de alunos, o desenvolvimento curricular, dentre várias outras linhas e pesquisas.

4.1 O papel do professor

Muitos foram os programas que objetivavam a formação adequada e qualificada de professores para ensinar Matemática. Isso porque o docente desempenha papel importante na educação, pois é ele o mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento e também o organizador dos conteúdos que serão explorados em sala de aula. O professor desenvolve o processo de ensino-aprendizagem com êxito, quando respeita vários aspectos, como os conhecimentos prévios dos alunos, sua ação e autonomia, a valorização da igualdade, ao invés da hierarquia, o reconhecimento de que o saber se dá pela construção em conjunto e que

professores e alunos estão engajados em uma situação de ensino, de aprendizagem e de avaliação.

Na perspectiva dos PCN (BRASIL, 2000), para o professor desempenhar seu papel ele precisa conhecer as condições socioculturais, as expectativas e a competência cognitiva dos alunos, selecionar os problemas que possibilitam construir conceitos matemáticos e fomentar o processo de resolução de problemas. Os professores também devem permitir que os alunos esclareçam suas dúvidas, questionando, contestando as hipóteses, argumentando e expondo os procedimentos que utilizaram para solucionar um problema.

Conforme entendimento de Reitz e Contreras (2012), os debates sobre a educação conduziram a uma valorização dos aspectos qualitativos de ensino. Assim, preocupava-se em aproximar a educação à realidade dos alunos, respeitando suas vivências, considerando essenciais seus conhecimentos para o processo de ensino, de aprendizagem e de avaliação – que então foi pensado como uma forma de observar as dificuldades e o desenvolvimento dos alunos. As práticas dos professores passaram a ser mais orientadas e, também, valorizadas.

Valorizar os procedimentos utilizados pelos alunos para solucionar problemas e oferecer a eles a oportunidade de agir enquanto estudantes que buscam novos saberes é fundamental para a qualidade do ensino-aprendizagem. Isso tudo torna o conhecimento mais acessível, concretiza a eficácia da EM e abre espaço para uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas.

A EM conduz a uma compreensão dessa metodologia de ensino, ela constitui um campo de investigação a respeito das maneiras mais apropriadas para trabalhar a Matemática, conforme as exigências de uma sociedade em constante transformação política, econômica, social e tecnológica.

O conhecimento matemático tem se expandido com os problemas que o sujeito encontra em seu dia a dia. Ao ter contato com esses problemas, ele busca por estratégias e procedimentos próprios a fim de solucioná-los. Dessa forma, o raciocínio lógico pode ser desenvolvido sem a necessidade de utilizar-se de regras, processos e padrões únicos para resolver problemas.

Reitz e Contreras (2012), ao abordar a resolução de problemas, asseveram que:

Os educandos, ao resolver problemas, podem descobrir fatos novos, várias outras maneiras de buscar solução para o mesmo problema, despertando curiosidade e interesse pelo conhecimento matemático, desenvolvendo a capacidade de solucionar situações que lhes são propostas (REITZ; CONTRERAS, 2012, p. 50).

Desenvolver a habilidade de resolver problemas matemáticos vai além do interesse do educando, pois o professor também é responsável por desempenhar bem o seu papel de educador e colaborador do processo de construção do conhecimento. Se o professor/educador matemático não compreende bem os conteúdos matemáticos, então não está preparado para ser um mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento. Com isso, o aluno perderá a oportunidade de desenvolver e de produzir novos saberes.

A formação qualificada de educadores matemáticos se torna um requisito fundamental no processo de ensino e de aprendizagem, por meio da RP, ao “propor resolução de problemas em sala de aula, vinculando aos objetivos didáticos, desafiando a curiosidade, a pesquisa e a busca de estratégias são tarefas do professor” (REITZ; CONTRERAS, 2012, p. 51). Portanto, o professor precisa ter desempenho satisfatório no ensino de Matemática por meio da RP para ajudar o aluno a desenvolver suas habilidades de modo que ele possa “solucionar problemas matemáticos na escola e fora dela” (REITZ; CONTRERAS, 2012, p. 51). Aluno e professor, dessa forma, terão a possibilidade de construir, simultaneamente, conhecimentos matemáticos.

Percebe-se que a EM apresentou uma forma diferente de pensar o ensino-aprendizagem de Matemática, ao propor que fossem consideradas as relações e as interações entre os próprios alunos, entre o aluno e o objeto de conhecimento e entre aluno e professor, todos envolvidos em uma dinâmica em que se aprecia o contexto em que o aluno está inserido. Dessa forma, o trabalho coletivo, de acordo com os PCN presume aprendizagem, ao enfatizar que:

Trabalhar coletivamente [...] supõe uma série de aprendizagem, como:

- perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
- saber explicitar o próprio pensamento e tentar compreender o pensamento do outro;
- discutir as dúvidas, assumir que as soluções dos outros fazem sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias;
- incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.

Essas aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias (BRASIL, 2000, p. 41).

O trabalho coletivo, como apontado acima, quando bem direcionado conduz a uma série de experiências de aprendizagens em que aluno e professor agem em busca do equilíbrio

e alcance do conhecimento. E para que esse trabalho seja não só efetivo, mas também eficaz, o papel do educador matemático é essencial.

Assim, é importante destacar as diferenças entre educador matemático e matemático. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), o educador matemático considera a Matemática um instrumento essencial para a formação integral do aluno e do professor, relacionando essa ciência às ciências sociais e humanas e fomentando que a Matemática está a serviço da educação. Já o matemático “concebe a matemática como um fim em si mesma, e [...] tende a promover uma educação para a matemática, priorizando os conteúdos formais e uma prática voltada à formação de novos pesquisadores em matemática” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 3).

O educador matemático e o matemático atuam de forma distinta. Em concordância com ponderações de Fiorentini e Lorenzato (2012), as pesquisas relativas à metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas enfatizam o trabalho do educador matemático. A EM conduziu a linhas de pesquisas que abordassem o estudo sobre novos métodos de ensino, como, por exemplo, a RP. Nesse contexto de incertezas surgiram muitas indagações, tais como: como ensinar Matemática? Por que e para que ensinar Matemática? Para quem ensinar? Encontrar respostas para essas perguntas se tornaria essencial para o educador matemático que, ao buscar a formação pela Matemática, necessitaria de uma metodologia eficaz de ensino.

Ao estabelecer todas essas especificidades, apresentando as imprescindíveis diferenças entre EM e Matemática, entre educador matemático e matemático, os papéis exercidos pelos professores, alunos e pela instituição educacional e ainda ao falar das nuances que envolvem a EM é possível dizer que surgiram várias tendências nessa área. Fiorentini e Lorenzato basearam-se no trabalho de Kilpatrick, que:

[...] identifica e descreve as tendências da investigação relativas a sete temáticas consideradas em “alta” na EM mundial, durante a década de 1990. Essas tendências temáticas são:

- processo ensino-aprendizagem da matemática;
- mudanças curriculares;
- utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ensino e na aprendizagem de matemática;
- prática docente, crenças, concepções e saberes práticos;
- conhecimentos e formação/desenvolvimento profissional do professor;
- práticas de avaliação;
- contexto sociocultural e político do ensino-aprendizagem da matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 41).

Essas tendências da EM fundamentaram notáveis pesquisas. Os pesquisadores Fiorentini e Lorenzato (2012) explicam cada uma das tendências. De acordo com os autores, a primeira delas, o processo ensino-aprendizagem de Matemática tem como foco de estudo a aprendizagem de conteúdos matemáticos mais específicos, como processo de contagem, sistema de numeração, operações fundamentais com números naturais, etc. Essa primeira temática apresenta outras tendências, com destaque nos estudos metacognitivos, qual seja a que busca analisar “como os alunos percebem e relatam seu processo de resolução de problemas ou de aprendizagem de algum conceito matemático [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 43). E consonante às pesquisas de Fiorentini e Lorenzato (2012) é importante destacar essa temática como uma condutora de pesquisas em resolução de problemas.

Outra tendência temática são as mudanças curriculares – também objeto de interesse da EM – em que vários pesquisadores, com a pretensão de construir um currículo de qualidade, buscam inovações que atendam às necessidades de cada época.

A utilização de TICs (Tecnologias de Informação e Comunicação) no ensino e na aprendizagem de Matemática permite uma abordagem mais interativa e mais abrangente e que apresenta novos conteúdos que somente são possíveis de acessar a partir das tecnologias da informação.

As práticas docentes, crenças/concepções e saberes práticos mostram a importância de uma prática reflexiva em sala de aula, uma vez que afeta significativamente o processo de ensino, de aprendizagem e de avaliação.

Os conhecimentos e formação/desenvolvimento profissional do professor têm enfatizado a aprendizagem profissional, com pesquisas que destacam processos como a reflexão sobre a prática pedagógica e a pesquisa-ação.

As práticas de avaliação, outra tendência temática, são pouco investigadas pelos educadores matemáticos e consistem num estudo que conduz a adaptações nas avaliações de modo que estejam vinculadas a uma EM crítica e transformadora.

Por fim, a temática do contexto sociocultural e político do ensino-aprendizagem da Matemática, busca atender aos interesses sociais e políticos, investigando “a cultura da matemática escolar, a cultura matemática que o aluno traz para a escola e a cultura matemática produzida pelos trabalhadores [...]”. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 51).

As explicações mencionadas acima consistem em uma breve análise de tendências temáticas. Essas tendências auxiliam de maneira significativa no desenvolvimento da metodologia da RP que se constitui em uma linha de pesquisa em EM e que, de acordo com

Onuchic e Allevato (2011), seus conceitos, estratégias e propostas têm servido de parâmetro a diversas tendências em EM.

O próximo capítulo apresentará alguns problemas a serem observados, conforme os estudos e análises realizadas sobre a resolução de problemas como uma metodologia de ensino.

5 PROBLEMAS MATEMÁTICOS QUE POSSIBILITAM A APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO DA TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O professor, incentivador de aprendizagens, apresenta ao aluno o problema como um princípio para a apreensão de conceitos e procedimentos matemáticos. Quando essa Metodologia é bem trabalhada e aplicada, considerando-se a realidade do sujeito e a utilidade prática do conhecimento matemático, o objetivo da educação é alcançado com êxito.

Da mesma forma, quando situações Matemáticas se encontram em um contexto real, é possível que haja uma aprendizagem mais significativa. Assim, é importante considerar as habilidades adquiridas pelos estudantes em circunstâncias práticas diárias e permitir sua utilização em momentos formais que exigem mais abstração. Além disso, os professores precisam entender e ser capazes de resolver, de maneira satisfatória, os problemas matemáticos e as instituições de ensino devem propiciar o material e a estrutura adequada, promovendo as ações adequadas. Apresentar e propor problemas matemáticos a estudantes requer vários conhecimentos, como o conceito de problema, os objetivos da resolução de problemas, a maneira de conduzir a solução de um problema em sala de aula, etc. Além disso, é preciso contextualizar a problematização, a fim de despertar o interesse do aluno com situações que possam ser aplicadas no seu dia a dia, que possam ser úteis na realidade em que está inserido.

Para conceituar um problema, Dante (2009, p. 11) evidencia que “o que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro”. O que irá determinar se será um problema ou não é o interesse do sujeito em solucionar ou não uma determinada situação. Para provar a afirmação citada acima, o autor apresenta dois exemplos:

[...] se o pneu da bicicleta de Beto nunca furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta –, então esse é um problema para ele. Mas se ele sabe que nesse caso deve procurar uma borracharia e que há uma bem próxima dali, a situação não chega a ser um problema, pois não exigirá um processo de reflexão para solucioná-la. [...] Se um professor de biologia pergunta a um aluno que estuda em uma escola num bairro violento: “Quantas pernas tem uma aranha?”, ele poderá ouvir respostas semelhantes às relatadas por Claxton (1984): “Quem dera eu tivesse os mesmos problemas que o Senhor.”[...] Para esse aluno, a pergunta não chega a ser um problema que ele queira resolver, por não ser significativa para ele [...] (DANTE, 2009, p. 11-12).

A primeira situação hipotética supramencionada será um problema para Beto se ele decidir resolvê-lo, refletindo e utilizando seus próprios conhecimentos e estratégias. Porém, se, em outro contexto, Beto decide levar a bicicleta para outra pessoa consertar, ele não estará

diante de um problema. A segunda hipótese citada acima mostra que uma mesma situação pode configurar um problema para determinado sujeito, mas não para outro, em virtude da existência ou não do interesse em solucioná-lo, por constituir-se em algo que tenha ou não significado, que é ou não é relevante ou útil.

A partir disso, Dante (2009, p. 12) expõe que “um indivíduo está diante de uma situação-problema quando delinea determinado objetivo e é motivado a alcançá-lo [...]. Ele tenta vários procedimentos [...]”. Depreende-se a partir das percepções de Dante, e também dos autores aqui estudados, que a resolução de problemas se sujeita a fatores vinculados ao interesse do sujeito, aos seus conhecimentos e à sua realidade. O aluno tem interesse em resolver problemas quando percebe que a situação proposta será válida e útil para que possa produzir e construir conhecimentos aplicáveis em sua realidade. O professor, como mediador desse processo de aprendizagem, necessitará conduzir o aluno com bom senso para que tenha autonomia na resolução de problemas, produzindo novos conhecimentos e conceitos matemáticos a partir de suas próprias estratégias e uso dos recursos disponíveis e da consequente formalização do conhecimento.

A resolução de problemas matemáticos, segundo entendimento de Dante (2009), desenvolve, além do raciocínio lógico, a habilidade comunicativa da criança e valoriza seus conhecimentos. Os objetivos da formulação e resolução de problemas, conforme ponderações desse autor são:

- a) fazer o aluno pensar produtivamente, pois o pensamento produtivo cria novas situações e diferentes soluções;
- b) desenvolver o raciocínio do aluno, para pensar com lógica e usar de maneira inteligente os recursos disponíveis para solucionar um problema;
- c) ensinar o aluno a enfrentar situações novas, visto que ele está inserido numa sociedade dinâmica e tecnológica e precisa estar preparado para resolver diferentes situações;
- d) dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, apresentando situações reais que exijam raciocínio lógico;
- e) tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras, uma vez que instigar a curiosidade do aluno é fundamental para que tenha o prazer e a vontade em solucionar um problema;
- f) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas e essas estratégias poderão ser aplicadas em várias situações;

- g) dar uma boa base matemática às pessoas para atuarem com eficiência em situações do cotidiano, para tomar decisões de maneira ágil e lógica;
- h) liberar a criatividade do aluno, possível a partir da resolução de problemas, por oferecer condições para utilização do pensamento, da reflexão, do raciocínio.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, amparada na EM, sustenta o trabalho do professor que pretende formar um sujeito que tenha autonomia e iniciativa para solucionar as situações que encontra em seu dia a dia. Os objetivos que foram mencionados por Dante podem ser colocados em prática a partir dessa metodologia de ensino.

A fim de expor alguns problemas para exemplificar o que foi estudado neste capítulo e nos capítulos anteriores, Dante (2009) apresenta alguns problemas e algumas resoluções e ensina como o professor pode encaminhar a solução dos problemas na sala de aula. É possível trabalhar com os problemas que serão apresentados utilizando-se da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas. Ao utilizarem-se dessa Metodologia, Onuchic et al. (2014, p. 135) apontam que “[...] um mesmo problema pode ser usado para a construção de vários conceitos matemáticos, dependendo dos objetivos do professor”. Assim, o professor que atua como mediador poderá propiciar aos alunos situações que os permitem buscar suas próprias estratégias para solucioná-las a fim de se tornarem construtores do conhecimento.

Problema 1:

A compra de Sandro e Ricardo

Os irmãos Sandro e Ricardo foram à loja juntos. Sandro tem R\$58,00 e Ricardo R\$62,00. Eles querem comprar uma mesa de pingue-pongue que custa R\$92,00. Complete a história fazendo algumas perguntas e respondendo-as.

- a) O dinheiro que eles têm juntos é suficiente?
- b) Quanto receberão de troco?
- c) Eles receberão o mesmo troco?
- d) Quanto cada um precisa dar?
- e) Se os dois derem quantias iguais, qual será o troco de cada um?

Os PCN tratam do conteúdo Números e Operações e dissertam sobre a relevância deste estudo no decorrer do Ensino Fundamental. Segundo os PCN (2000), o aluno, ao tentar

solucionar uma problemática que envolve adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, desenvolve conceitos sobre números. Ao trabalhar tal conteúdo, a partir da RP, é possível conduzir os alunos a desenvolverem estratégias para solucionar problemas, a incentivar o pensamento lógico e a construir conceitos numéricos. O problema exposto ainda apresenta o conteúdo Grandezas e Medidas, pois envolve o sistema monetário brasileiro.

Com essa problemática é possível despertar no aluno o raciocínio, ao estar vinculado a uma questão do cotidiano, de utilidade frequente, e ao propor diversas indagações a serem pensadas e solucionadas.

Problema 2:

O presente de Natal

Pedrinho viu um monte de caixas de presentes debaixo da árvore de Natal. Ele queria saber qual era o seu. Sua mãe deu algumas dicas:

- É uma caixa grande.
- O papel é listradinho.
- Há um laço na caixa.
- O laço é grande.

Identifique o presente de Pedrinho.

Ao trabalhar o problema supracitado, o professor poderá adaptar a atividade, oferecendo dicas sobre o formato geométrico do presente, para que o aluno possa distinguir e identificar as diversas formas existentes. O trabalho com o conteúdo Espaço e Forma, tratado nos PCN, pode ser, assim, observado. A referida questão, ao ser adaptada para estimular o pensamento geométrico, problematiza um assunto que gera interesse para o público infantil. O fato de Pedrinho ter que analisar as características do presente a fim de encontrar o seu, é essencial para desenvolver noções Matemáticas e de raciocínio lógico.

O presente de Natal, problema exposto por Dante (2009), apresenta algumas dicas que farão com que Pedrinho, por eliminação e, no caso de adaptação do problema, por observação das formas geométricas, selecione a caixa grande embrulhada com papel listradinho, que tem um laço grande e que apresente a forma a ser identificada. A criança pode utilizar suas próprias estratégias para solucionar tal problema e produzir conhecimentos variados. Além

disso, o problema propicia reflexões e aprendizados que possibilitam a sua aplicação em situações semelhantes do cotidiano.

Problema 3:

O caminho da escola

Todos os dias Annelise anda 600 m para ir à escola e mais outro tanto igual para voltar. Quantos metros ela anda por semana?

O conteúdo Grandezas e Medidas também é trabalhado no Ensino Fundamental e explorado pelos PCN. Problemas como o apresentado acima despertam a curiosidade das crianças por estarem diretamente relacionados com o seu dia a dia. O interesse em pensar e tentar solucionar um problema provoca uma ação iniciada pelo aluno, que cria várias estratégias para tentar alcançar um resultado.

O aluno, ao tentar solucionar tal problema, poderá utilizar diferentes estratégias e construir conceitos matemáticos. O professor poderá expor as estratégias desenvolvidas pela turma e, juntamente com ela, formalizar o conteúdo trabalhado.

Problema 4:

Annelise tinha apenas moedas de R\$1,00 e notas de R\$5,00 e de R\$10,00. Mostre todas as maneiras que ela poderia usar para pagar um livro que custa R\$25,00.

Professor: Vou dar um tempo para vocês pensarem.

Carlos: Nem precisa. São duas notas de R\$10,00 e uma de R\$5,00.

Professor: Está bem, mas vamos ler e compreender bem o problema antes de dar respostas sem pensar.

Bete: Carlos, você leu o que o problema pede? Ele está pedindo todas as maneiras, e não uma só.

Carlos: Está certo, mas uma já está aí.

Professor: Muito bem. Agora respondam: quanto custa o livro?

Classe: Apenas moedas de R\$1,00 e notas de R\$5,00 e de R\$10,00.

Professor: Há mais de uma resposta?

Carlos: Deve haver. Uma delas é a que eu dei.

Professor: Está bem entendido qual é o problema?

Classe: Sim.

Professor: Então, Paulo, diga com suas palavras qual é o problema que temos de resolver.

Paulo: Temos de encontrar todas as maneiras de pagar R\$25,00 com moedas de R\$1,00 e notas de R\$5,00 e de R\$10,00.

Professor: Muito bem. Vejamos agora como fazer para resolvê-lo. Fiquem em grupos de 4 e deem algumas ideias de planos, alguns caminhos para resolver o problema.

(Depois de algum tempo...)

Manoel: Pronto. A nossa equipe resolveu fazer uma lista de todas as maneiras possíveis.

Professor: Muito bem. E encontraram todas as maneiras?

Manoel: Acho que sim.

Gislaine: Nós fizemos uma tabela.

Professor: Ótimo. Procurem ver se não esqueceram nada.

Maria: Nós também fizemos uma tabela e não esquecemos nada.

Professor: Como você sabe que não esqueceram nada?

Maria: Pela maneira que fizemos está tudo aqui.

Professor: Muito bem. Vamos colocar aqui na lousa a execução de todos os planos. Venha você primeiro, Manoel.

Manoel: Fizemos esta lista:

- 3 notas de R\$5,00 e 1 nota de R\$10,00;
- 25 moedas de R\$1,00;
- 2 notas de R\$10,00 e 1 de R\$5,00;
- 4 notas de R\$5,00 e 5 moedas de R\$1,00;
- 2 notas de R\$5,00, 1 nota de R\$10,00 e 5 moedas de R\$1,00.

Professor: Muito bem. Venha agora alguém da equipe da Gislaine e coloque aqui ao lado o que vocês fizeram. Os demais membros da equipe devem acompanhar a elaboração da tabela e observar se está tudo correto.

Bernadete: Nós fizemos uma tabela assim:

Notas de R\$5,00	Notas de R\$10,00	Moedas de R\$1,00
5	–	–
–	–	25
–	2	5
4	–	5
3	1	–

2	1	5
1	1	10
1	–	20
1	2	–
2	–	15
3	–	10
–	1	15

Manoel: É, nós esquecemos várias possibilidades na nossa lista.

Professor: Vocês têm certeza de que nessa tabela estão indicadas todas as possibilidades?

Maria: Nós temos. Ficou parecida com a nossa, mas fizemos de outro jeito.

Professor: Então coloque a de vocês aqui na lousa também.

Maria: Está bem.

Notas de R\$10,00	Notas de R\$5,00	Moedas de R\$1,00
2	1	–
2	–	5
1	3	–
1	2	5
1	1	10
1	–	15
–	5	–
–	4	5
–	3	10
–	2	15
–	1	20
–	–	25

Professor: Muito bem. Vocês colocaram primeiro as notas de R\$10,00, depois as de R\$5,00 e, finalmente, as moedas de R\$1,00. Colocaram todas as possibilidades começando com as notas de R\$10,00, depois com as notas de R\$5,00 e, finalmente, com as moedas de R\$1,00. Dessa maneira, ficam escritas *todas* as possibilidades. Em casos como este é muito importante elaborar listas e tabelas organizadas. Como já vimos que foram colocadas todas as

possibilidades, para fazer a verificação do problema falta ver ainda se em cada linha a soma dá R\$25,00.

Manoel: Dá sim, professora, nós já verificamos.

Professor: Ótimo. A resposta do problema é dada pela tabela que a equipe da Maria colocou na lousa. A tabela da equipe de Bernadete está correta também, mas não está colocada em ordem.

Algumas extensões para o problema:

- a) O livro custa, agora, R\$30,00.
- b) Annelise possui também moedas de R\$0,50.

O conteúdo Tratamento da Informação apresentado pelo problema mencionado acima, também encontra respaldo nos PCN, tratando-se de conhecimentos sobre estatística, combinatória e probabilidade. Ao tentar solucionar problemas como o exposto acima, o aluno é capaz de desenvolver pensamentos por meio da linguagem Matemática.

Além de estar relacionado com o cotidiano, o problema apresentado acima pode se tornar interessante para o aluno, quando há uma mediação feita pelo professor que permite o diálogo e a exposição dos procedimentos utilizados por cada um para solucionar uma determinada situação. Foi o que aconteceu no caso supracitado: a professora propôs um problema para os alunos pensarem, tentarem resolver a partir de seus conhecimentos prévios e mostrarem os caminhos que traçaram para solucioná-lo. Dessa forma, eles podem aprender com os próprios erros, com os erros dos colegas e podem construir conceitos matemáticos. A RP conduz ao desenvolvimento de habilidades muito relevantes para a formação integral do sujeito.

O que se pode perceber com a questão acima é que se constitui num problema e não num exercício, visto que os alunos precisaram raciocinar e pensar em estratégias que se adequassem ao caso, para que se chegasse a um resultado satisfatório. Com o problema, os alunos puderam conhecer uma maneira de resolvê-lo e de desenvolver conhecimentos que podem ser aplicados a outros casos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo mostrou-se essencial ao dialogar com pesquisadores que enfatizam a relevância da resolução de problemas como uma metodologia para ensinar e aprender Matemática, visto que fundamentará o trabalho do professor e conduzirá o aluno ao desenvolvimento da linguagem Matemática.

A resolução de problemas, ao ser considerada uma metodologia de ensino, e não um simples conteúdo a ser transmitido de maneira impositiva, permite ao educando desenvolver o raciocínio lógico e construir conceitos matemáticos que terão utilidade prática.

O estudo sobre os aspectos históricos relativos à Resolução de Problemas tornou-se essencial para compreender o papel que ela desempenhou no ensino de Matemática. Uma vez que a resolução de problemas passou a ser considerada metodologia de ensino/teoria, houve uma significativa valorização da sua essência. Assim, quando o aluno tem a oportunidade de pensar em suas próprias estratégias a partir de conhecimentos já consolidados para solucionar problemas matemáticos, é capaz de criar conceitos que poderão ser formalizados com a mediação do professor. Dessa forma, a metodologia de RP se configura um processo facilitador do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Ao ter acesso a essa autonomia propiciada pelo método de ensino em estudo, o sujeito poderá desenvolver a habilidade de criar estratégias para solucionar não só situações Matemáticas, mas também aquelas que surgirem no decorrer de sua vivência.

A Resolução de Problemas apresenta-se como uma linha de pesquisa em EM, e passou a constituir-se como foco de ensino de Matemática. Ela é tratada também pelos documentos norteadores deste ensino, quais sejam PCN e CBC. Estas são algumas maneiras encontradas que afirmam a sua importância no processo educativo.

Dessa forma, a aplicação de problemas a fim de possibilitar ao aluno uma participação ativa na construção da linguagem Matemática é fundamental para a elaboração e processamento do conhecimento e minimização da complexidade do ensinar e aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

- BORDA, M. C.; SANTOS, S. C. Educação matemática: propostas e desafios. **EccoS Revista Científica**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 291-312, jul./dez. 2005.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000. v. 3.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. v. 3.
- CUSATI, I. C; ALVES, W. M. C. Proposta curricular. Conteúdo básico comum - CBC. **Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores**, Belo Horizonte, 2008. Disponível em: <<http://escoladeformacao.educacao.mg.gov.br/index.php/cbc>>. Acesso em: 10 mar. 2018.
- DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.
- MARANHÃO, T.; PAIS, L. C. Resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise dos parâmetros curriculares nacionais. **Dia a dia Educação**, Curitiba, p. 1-10, set. 2012. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_maranhao_pais.pdf>. Acesso em: 06 jan. 2017.
- ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.
- ONUCHIC, L. de la R. et al. **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- REITZ, M. D. de C.; CONTRERAS, H. S. H. Resolução de problemas matemáticos: desafios na aprendizagem. **Revista Chão da Escola**, Curitiba, n. 10, p. 49-57, out. 2012.